

2 тақырып. Бақылауды жүргізу

Биометрия - биологияның топтастыру қасиеттерінің статистикалық талдауы туралы ғылым. Биометрияның көмегімен ең алдымен өлшейтін, салмақтайтын және айқындалатын белгілерді және белгілі сандық көрсеткіштерді сантиметрмен, килограммен сипатталуын зерттеуге болады. Айқын сандық көрсеткіш белгілерін варианта деп атайды.

Биометрияның әдістері ықтималдық теориясына және үлкен сандық заңдылықтарға негізделген, бұл кездейсоқ жағдайлардың көріну заңдылықтарының көпшілік материалдарының айқындалу заңдылықтарын көрсетеді.

Ықтималдық - қандайда бір жағдайдың келіп түсуінің объективті мүмкіндігі. Кез келген жағдайдың ықтималдығы 0 - ден 1-ге дейін жетеді. Биологиялық объектілерді бақылау сол және басқа да белгілері бойынша бір бірлік бақылауынан екінші бірлікті ажыратады; оларды өзара салыстыруға болатындай тірі ағзаның құрылысы мен функциясының сипатталу ерекшеліктері арқылы жүргізіледі. Егер, зерттеушіні бидайдың масағындағы дәннің мөлшері немесе басқа тұқым түрлері қызықтыратын болса, онда тұқым бақылау объектісі болып табылады, ал белгі ретінде – масақтағы дәннің саны, яғни бақылаудың бірлігі болып қарастырылып, зерттеуге ыңғайлы массадағы статистикалық жиынтық бірлігін құрайды. Әрбір белгі әртүрлі деңгейде сипатталатындықтан белгі өзгереді деп айтады.

Биометрияның объектісі өзгермелі белгі болып табылады, ал особьтар тобындағы жеткілікті сан мөлшері ескеріліп, басқа негізгі белгілер қатарының біртектілігін есепке алады. Кез келген топтағы особьтардың белгілері әртүрлі кездейсоқ факторлардың әсер етуінен, мысалы, тұқым қуу айырмашылығына, қоршаған орта факторларына, физиологиялық жағдайына байланысты өзгеруі әр бағытта кешенді түрде келісіледі. Нәтижесінде әр түрлі факторлардың ағзаға әсері бірдей емес, ол жеке түрдің көлемінің біртекті топтық белгілерінің өзгеруіне де әкеп соғады. Өзгермелі белгілерді латын алфавитінің әріптерімен белгілейді. Барлық биологиялық белгілер өзгереді, бірақ барлығы бірдей тікелей өлшеуге келмейді. Осының нәтижесінде белгілерді сапалы немесе атрибутивті және сандық деп бөледі.

Сандық белгілер тікелей өлшеуге келмейді және берілген жиынтық мүшелерінің түгел болуымен есепке алынады. Жалпы жиынтықтың кейбір бөлігінің мүшелерін алып зерттесе, оны генералды (бас), ал бас жиынтықтан басқа тәсілдермен таңдап алуды ішінара жиынтық немесе іріктеу деп атайды.

Іріктеудің көлемі өте маңызды сұрақ тудырады. Оның көлемін анықтау қарастырылатын сұрақтардан және зерттелген дәрежелерден тұрады. Іріктеудегі особь сандарын – n , басты жиынтықты - N әріптерімен белгілейді. Іріктеудің саны көп (үлкен) және аз (кіші) түрлерін ажыратады, яғни белгі көрсеткіштері әртүрлі өңдеу әдістеріне байланысты болады. 30 мүшеден көп болса үлкен іріктеу, ал 30 мүшеге дейінгіні кіші іріктеу деп атайды. Үлкен іріктеуді есептеуде тура тәсілмен емес, оларды топтастыру арқылы жүргізіледі. Бұндай бөлу кезінде есептеп шығару техникасының үлкен және кіші іріктеулерде бөлінуі қолданылмайтынын ескере кеткен жөн. Алғашқы құжаттар статистикалық ақпараттың бастауы болып табылады, оларды әр деңгейдегі арнайы мамандар жүргізеді.

3 тақырып. Вариациялық қатарларды құрастыру

Мақсаты: Вариациялық қатар құру әдісімен танысу.

Вариациялық қатар деп - қарастырылған жиынтықтағы бірліктердің орналасу заңнамасын көрсететін сандар қатары. Берілген жиынтықта жекеленген варианттар қанша рет кездесетінін көрсететін санды жиілік немесе вариант салмағы деп атайды. Оны p немесе f әріптерімен белгілейміз. Жиіліктің мөлшері берілген жиынтықтың көлеміне тең, $\sum p = n$, мұндағы \sum - вариациялық қатардың жиілігі, n - іріктелген жиынтықтың көлемі. Вариациялық қатарды табу үшін ең алдымен оның классын анықтау керек, екінші интервалын немесе жиынтықтың минимальды вариантынан максимальды вариантқа дейінгі аралығын анықтайды. Класстық интервалдың ұзындығы жиынтықтың

максимальды варианты мен минимальды вариантының айырмасының топ санының қатынасына теңдігімен (K) анықталады:

$$l = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}, \quad (1)$$

l -класстық интервалдың ұзындығы, X_{\max} - жиынтықтың максимальды варианты, X_{\min} - жиынтықтың минимальды варианты. Класстың оптимальді санын 1.1 кесте арқылы табамыз:

Іріктеу көлемі (бастап - кейін)	Класс саны
25-40	5-6
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	8-12
> 200	10-15

Вариациялық қатар құру үшін:

1. Варианттың лимитін немесе нақты минимальды және максимальды мәнін табу.

2. Класстық интервалдың көлемін табу.

3. Класстар құру. Қарастырылған белгінің минимальды мәніне класстық интервалдың көлемін максимум енгенге дейін қосып отыру. Жоғарғы шектеулер кластарының мөлшерін азайту, белгіні өлшегендегі дәлме-дәл мәнін табу, мысалы 1, 0,1, 0,01 және т.б. кластардың қажетті шегіне жетеді.

4. Орталық класстың көлемін анықтау. Олар берілген төменгі шектеулердің және келесі кластардың жартылай мәніне тең, сондай-ақ берілген кластардың төменгі шектеулеріне класстық интервалдың жартысын қосуға болады.

5. Класс бойынша вариантты тасымалдау. Бұл үшін төрт графадан тұратын және класс санының бағандарымен тең кесте құрамыз. Бірінші графада - класс шектеулері, екіншісінде- класс орталықтары, үшіншісінде - әртүрлі шартты белгілер жиілігін есепке алу, төртіншісінде - әрбір класта кездесетін вариант жиілігі (3 графадағыдай сандық бейнеленуі) беріледі.

Ірі іріктеу жүргізген кезде келесі жиілік шифрын қолданған ыңғайлы.

```

•   •   •   •   •   •   •   •   •   •   •
      •   •   •   •   •   •   •   •   •
1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

```

Егер вариант класын (w) бір қатарға, ал жиілікті басқа қатарға жазсақ, классты немесе жиілікті бейнелейтін екі қатар санды вариациялық қатар пайда болады. Вариациялық қатарда өзінің белгілі заңнамасы болады. Шеткі вариациялар аз санды болып келеді, ал ортаңғы қатарға жақындай келе вариация жиілігі жоғарылайды. Ортаңғы вариациялы қатарда немесе бір вариацияға жақын вариацияда жиілік саны көп кездессе ол модальді вариация деп аталады. Графикпен бейнеленген вариациялық қатар жиілік диаграммасын көрсетеді. Интервалсыз вариациялық қатардың графигін құрғанда абсцисс өсінде класс мәндері, ал ординат өсінде жиілік белгіленеді. Абсцисс өсіндегі перпендикуляр ұзындығы, класстың жиілігіне сәйкес келеді. Перпендикуляр ұзындықтарын түзу сызықтармен жалғау арқылы көпбұрышты геометриялық фигура аламыз. Вариациялық қатарға график құрғанда координациялық өстеріндегі масштабқа үлкен мән беру керек. Вариациялық қисықтың ұзындығы оған 5:8 қатынаста болу керек. Бұл ережелерді сақтамаған жағдайда кері мәнге әкеп соғады.

Тапсырма 1. Көп жылдық клиникалық бақылаулардың нәтижесінде клиникалық дені сау павиан гамадрилдердің қан сарысуындағы кальцидің (мг/%) құрамына 100 анализден іріктеу жасалынды:

```

13,6 12,9 12,3  9,9 12,7 11,7 10,8 10,4 10,9 10,2
14,7 10,4 11,6 11,7 12,1 10,9 12,1  9,2 10,1 11,5
13,1 10,9 12,0 11,1 13,5 11,2 13,5 10,1 14,0 10,0
11,6 12,4 11,9 11,4 12,8 11,4 10,9 12,7 13,8 13,2

```

11,9 10,8 11,0 12,6 10,0 10,3 12,7 11,7 12,1 13,8
 12,2 11,9 11,6 10,6 11,1 10,7 12,3 11,5 11,2 11,5
 12,7 10,5 11,2 11,9 9,7 13,0 9,6 12,5 11,6 9,0
 11,5 12,3 12,8 12,6 12,8 12,5 12,8 11,4 12,5 12,3
 14,5 12,3 12,6 11,7 12,2 12,3 11,6 12,0 13,5 12,5
 11,6 11,9 12,0 11,4 14,7 11,3 13,2 14,3 13,2 14,2

1. Осы мәліметтерді вариациялық қатарға топтастыру;

2. Гистограмма құру.

Тапсырма 2. Сиырлардың тірі салмағы (кг) бойынша төменде берілген мәліметтер бойынша вариациялық қатар құру:

597 673 598 670 657 647 588 646 555 692 635 610
 614 650 629 602 584 630 607 652 654 669 503 665
 552 685 599 628 655 584 672 550 605 625 645 545
 570 644 591 595 664 565 678 540 715 568 688 612
 530 660 538 708 535 695 596 675 618 547 638 655
 562 571 653 564 648 582 642 559 580 627 567 630
 590 576 630 576 630 574 614 586 580 635 610 567
 619 633 608 625 522 612 636 604 625 522 612 636
 604 625 644 565 617 585 620 658 572 618 634 596
 612 603 626 635 611 578 605 595 615 652 615 637
 587 601 590 610 592 621 575 606 639 585 512 583

Тапсырма 3. 75 янтарь-сапфир құндыздарының (күшіктерінің саны бойынша) көптұқымдылығы бойынша вариациялық қатар және вариациялық қисықтарды құру. Төмендегідей іріктеу жасалынды:

4 4 2 8 1 6 4 3 4 4 4 6 4 5 2 4 7 4 6 5 6 4 5 4 4
 8 4 5 4 4 5 4 3 4 5 4 5 4 4 7 3 4 5 4 5 4 4 3 4 4
 4 4 7 5 3 6 4 9 4 6 4 2 6 4 2 4 5 4 4 4 4 3 4 5 7

Тапсырма 4. Шошқаның тұқым өнімділігіне байланысты вариациялық қисық құру, оның типін анықтау.

Шошқаның торайлар саны	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Жиілік	1	2	8	8	19	27	15	4	1

Бақылау сұрақтары.

1. Іріктеу дегеніміз не, олар қалай құрылады?
2. Вариациялық қатар және вариациялық қисық түсініктеріне анықтама беру.
3. Вариациялық қатар қалай құрылады?
4. Вариациялық қатардың қандай көрсеткіштері белгінің өзгермелілігін анықтайды?
5. Вариациялық қисықтар және үлестіру типтері қандай болады?

4 тақырып. Статистикалық жиынтықтар

Мақсаты. Үлкен және кіші іріктеулердегі сандық белгілердің негізгі биометриялық көрсеткіштерін есептеу әдістерімен танысу.

Орташа квадраттық ауытқу (σ) орташа ауытқудың қаншалықты белгілері бойынша әр мүше жиынтығында орташа арифметикалық осы жиынтықтың негізгі өзгергіштік критеріі болып табылады. σ шамасы әрқашан атаулармен (кг, см % және т.б.) және ол орташа арифметикалыққа қарағанда бір бірлікке дәл келіп отырады. Егер екі іріктеу мағынасы бойынша орташа арифметикасы бір – бірінен айырмашылықсыз болса, онда арифметикалық орташа квадраттық ауытқуы негізгі белгінің өзгеруін анықтауда үлкен мүмкіндік береді. Мысалы, бірінші және екінші аң шаруашылықтарында құндыздардың орташа тірі массасы бірдей болып шықты. Генетикалық дәрежедегі әртүрлі құндыздардың тірі массасы бірінші шаруашылыққа қарағанда екінші шаруашылықта екі есе жоғары болғандығын орташа арифметикалық ауытқу анализі көрсетеді. Яғни, екінші шаруашылық зерттеліп отырған белгісі бойынша біртекті.

Берілген белгінің өзгеру серпіндісінің лимит көрсеткіші – вариациялық қатардың шеткі шамалары. Бірақ шеткі варианттар вариациялық қатар ішіндегі қалған варианттардың таралуын көрсетпейді, яғни лимиттер өзгеру дәрежесінің көрсеткіші болып табылмайды.

Өзгеру дәрежесі, вариациялық қатардағы варианттардың таралуы өзгергіштіктің негізгі көрсеткіші орташа квадраттық ауытқумен сипатталады, ол мына формула бойынша есептеледі:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum D^2}{n-1}}, \quad (6)$$

мұнда σ (сигма) – орташа квадраттық ауытқу;

D – орталық ауытқу, яғни орталық арифметикадан вариантаның ауытқуы

$$(D = x - \bar{X})$$

Берілген формула егерде іріктеу сандары аз болғанда қолданылады.

Мысал. Екі шаруашылықтағы сиырлардың жоғарғы тәуліктік сауыны:

1 шаруашылықта –10, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 38, $\bar{X}_1 = 24$ кг;

2 шаруашылықта –10, 21, 22, 23, 24, 24, 25, 26, 27, 38, $\bar{X}_2 = 24$ кг. құрайды. Орташа

квадраттық ауытқуды есептеңіз (σ):

1 шаруашылық			2 шаруашылық		
X	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{X})^2$	x	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{X})^2$
10	-14	196	10	-14	196
14	-10	100	21	-3	9
17	-7	49	22	-2	4
20	-4	16	23	-1	1
23	-1	1	24	0	0
25	+1	1	24	0	0
28	+4	16	25	+1	1
31	+7	49	26	+2	4
34	+10	100	27	+3	9
37	+14	196	38	+14	196
$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 724$	$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 420$

$$\bar{X}_1 = \frac{240}{10} = 24, \quad \bar{X}_2 = \frac{240}{10} = 24,$$

$$\sigma_1 = \pm \sqrt{\frac{724}{10-1}} = \pm 8.98 \text{ кг}, \quad \sigma_2 = \pm \sqrt{\frac{420}{10-1}} = \pm 6.83 \text{ кг}.$$

Бірінші шаруашылықта сауынның жоғары тәуліктік өзгеруі екіншіге қарағанда күштірек және сауынның σ артық.

Орташа квадраттық ауытқуды (σ) есептегенде саны көп іріктеулерде вариациялық қатар құрылып есептеу мына формула арқылы жүргізіледі:

$$\sigma = \pm K \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} - b^2}, \quad (7)$$

мұнда \sum - қосынды белгісі;

p – жиіліктер;

a – орташа шарттыдан қаншалықты класаралыққа тұрып қалғандығын көрсететін шама;

K – класаралық шама;

n – варианта жиілігі.

Орташа квадраттық ауытқуды есептеу орташа арифметикалықты үйлесімді есептеу арқылы жүргізіледі. Бұл үшін x есептегендей іріктеу қажет; b^2 және $\sum pa^2$ қосымша

анықтау жүргізу керек. Содықтан да жазылған жиілік бағанын (p) есептеуде \bar{X} , ауытқуларда (a) олардың туындылары (Pa) және туынды жиіліктерінің квадраттық ауытқулары (pa^2) келесі бағандарға жазылады. Содан кейін олардың қосындысы табылып, яғни $\sum pa^2$ анықталады.

Ағза топтарындағы зертелінетін белгілердің өзгергіштігі орташа квадраттық ауытқулар өзгергіштігінің дәрежесін көрсетеді: σ неғұрлым көп болса, соғұрлым өзгергіштікте көп болады, керісінше неғұрлым σ аз болса, соғұрлым өзгергіштікте аз болады. Орташа квадраттық ауытқулар сондай-ақ тербеліс серпінділігін көрсетеді. Әдетте бұл серпінділік 3σ тең келуі мүмкін, яғни варианта санының басымдылығы $\pm 3\sigma$ от \bar{X} шекарасына орналасады.

Вариациялық қатарда, маңызды саны бойынша құрылған біртекті варианттар жеткілікті, олар шекараларда орналасады:

$\bar{X} \pm 1,0 \sigma$	68,3% барлық варианта
$\bar{X} \pm 1,5 \sigma$	86,6% барлық варианта
$\bar{X} \pm 2,0 \sigma$	95,5% барлық варианта
$\bar{X} \pm 2,5 \sigma$	98,8% барлық варианта
$\bar{X} \pm 3,0 \sigma$	99,7% барлық варианта

Орташа квадраттық ауытқулар жеке варианттардың сипатталуына мүмкіндік береді. Егер қандайда варианта \bar{X} дан $\pm 3\sigma$ ауытқыса, онда бұл варианта (особь) басқа вариациялық қатарға, яғни басқа сапалы категорияға жататындығы әбден ықтимал.

Тапсырма 1. Жаңа туылған өгізшелердің тірі салмағының орташа квадраттық ауытқуын төмендегі мәліметтер бойынша есептеп шығарыңыз:

45 47 44 36 56 45 40 33 45 46 32 46 32 46 42 42
 49 38 46 48 38 40 40 45 49 45 50 40 49 43 37 46
 37 43 44 43 39 45 45 37 47 52 60 34 40 39 54 44
 43 42 44 45 50 53 38 44 40 38 43 41 37 44 45 41
 43 40 42 37 47 31 51 48 50 46 59 43 45 47 46 50
 36 37 44 41 36 36 38 43 38 40 52 40 44 52 46 61
 46 38 38 45 46 40 45 50 41 45 40 37 45 46 32 55
 45 45 40 37 53 50 45 44 50 50 40 48 48 45 32 36

Тапсырма 2. Тәуліктік өсу іріктеуінің оташа арифметикалық, орташа квадраттық ауытқуларын берілген мәліметтер бойынша анықтау:

691 587 722 812 573 750 700
 660 520 640 650 750 630 650

Тапсырма 3. Шаруашылықта 1500 маржан түсті және 2100 қоңыр түсті құндыздар болған. Маржан түсті түрлерінің орташа квадраттық ауытқу шамасын анықтаңыз.

Бақылау сұрақтары.

1. Кіші іріктеудегі орташа квадраттық ауытқуды қалай есептейді?

2. Егер зерттеліп отырған белгілердің орташа арифметикалық және орташа квадраттық ауытқуларының шамасы белгілі болғанда, олардың максималды және минималды мағынасын анықтауға бола ма?

3. Белгілердің әртүрлілігі қандай көрсеткіштермен сипатталады?

9 тақырып. Вариациялық қатарларды графикалық бейнелеу

Мақсаты. Сандық белгілердің негізгі биометриялық көрсеткіштерін есептеу әдістерімен танысу.

Орташа квадраттық ауытқу – абсолютті шама, ол осы бірлікпен анықталып және осы белгімен сипатталады. Сондықтанда, белгінің өзгергіштігін әртүрлі бірліктермен салыстыру қажеттілігі туса, вариация көрсеткіштерін пайдалануға тура келеді. Осындай көрсеткіштердің бірін К. Пирсон ұсынып, коэффициент вариациясын C_v әрпімен белгіледі. Бұл көрсеткіш орташа квадраттық ауытқудың орташа арифметикаға қатынасының пайызын көрсетеді, яғни:

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100\% . \quad (10)$$

Мысал. Орташа квадраттық ауытқуда бөліну қатары қояндар салмағы бойынша 0,574 кг тең. Ал осындай көрсеткіш, 64 шошқаның торайлар санының өзгеруін сипаттай отырып 1,855 тең болған. Осыдан екінші белгінің бірінші белгіге қарағанда өзгеруі басым екендігін байқауға болады ма? Жоқ, себебі белгілер әртүрлі өлшем бірліктерімен айқындалған. Оларды вариация коэффициентінің шамасы бойынша салыстыра отырып, бірінші белгінің екінші белгіге қарағанда әлдеқайда өзгеретіндігін көреміз: $C_v = 100 \times 0,574/2,1=27,3\%$ и $C_v = 100 \times 1,855/8,25=22,5\%$.

Әртүрлі белгілер бірдей емес вариация коэффициентімен сипатталады. Бірақ бір немесе басқа белгінің қатынас шамасының көрсеткіші тұрақты түрде көп немесе аз болып және 5% жоғарыламайды (симметриялы таратуында). Бірақ, ассиметриялық таралуда вариация коэффициенті 100 % жетіп немесе одан асып кетуі де мүмкін.

Мысал. Әртүрлі белгілердің алуан түрлілігін төмендегі көрсеткіштер бойынша салыстыру қажет:

Көрсеткіш	\bar{X}	σ
Сиырлардың тірі салмағы, кг	500	46
Тәуліктік сауылым, л	12	3
Шоқтықтағы биіктігі, см	380	8,5

Формула бойынша есептегенде коэффициент вариациясы $C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100\%$ болады.

Сиырлардың тірі салмағы – 9,2%;

Сиырлардың тәуліктік сауылымы -25,0%;

Сиырлар шоқтығының биіктігі- 6,5%.

Тәуліктік сауылымның өзгергіштігі шоқтық биіктігінен жоғары.

Вариация коэффициентін әртүрлі топтағы біркелкі белгілердің дәрежесін салыстыруға ыңғайлы, егерде осы белгілердің арасындағы орташа айырмашылығы тым үлкен болса.

Сонымен, табындарды салыстырғанда, орташа сауылымы 2000 кг ($\sigma=500$ кг) тең, орташа табын сауылымы 4000 кг($\sigma=800$ кг), бірінші табын үшін C_v тең 25 %, екінші табын үшін $C_v = 20$ % табамыз.

Вариация коэффициентінің көптігі бірінші табындағы сиырлардың әртектілігін нұсқайды, дегенмен бірінші сауылым табынының орташа квадраттық ауытқуы керісінше екінші табынға қарағанда аз болған.

Тапсырма 1. Жазғы экскурсияда оқушылар 100 цикорий гүлінің кездейсоқ тәсілмен таңдалған күлтесін санауды ұсынды. Санақ қорытындысы келесідей болды:

20 21 19 17 22 18 19 18 15 20 18 19 18
 19 20 17 19 18 20 19 14 17 19 21 20 19
 20 18 17 20 21 16 19 16 19 17 20 20 24
 19 18 20 19 17 20 19 21 20 18 20 19 19
 20 18 20 19 20 18 18 19 18 19 21 17 20
 16 19 16 20 19 16 20 16 15 18 19 20 19
 17 16 18 16 20 16 21 17 19 20 19 21 20
 16 17 21 17 16 21 18 21 19

Осы мәліметтерді вариациялық қатарға құрындар, оны вариациялық қисық түрінде бейнелеп, орташа арифметикалық, орташа квадраттық ауытқу және вариация коэффициенті бойынша есептелуін сипаттаңыздар.

Тапсырма 2. Шаруашылықта 10 өндіруші – қошқарлар тірі салмақтары (кг): 125, 95, 10, 14, 158, 100, 125, 160, 140, 145. Осы өндіруші-қошқарлардың орташа тірі салмағын және тірі салмағының өзгергіштік көрсеткіштерін анықтаңыз.

Тапсырма 3. 36 ересек қояндарды өлшегенде (кг) келесі нәтижелерді берді:
 3,0 2,7 2,1 1,6 1,2 1,6 2,2 2,1 2,3 1,5 1,3 2,2

2,5 2,4 1,9 2,1 2,3 1,1 1,0 1,8 1,9 1,8 3,2 2,1
2,9 3,0 1,3 1,9 2,6 2,5 2,4 2,7 1,9 2,0 2,6 2,8

Орташа арифметикалық өзгергіштік көрсеткішін есептеңіз.

Бақылау сұрақтары.

1. Вариация коэффициентін қандай жағдайда есептейді?
2. Белгілердің әртүрлілігін қандай көрсеткіштер сипаттайды?

6 тақырып. Негізгі статистикалық көрсеткіштер.

Мақсаты. Сандық белгілердің негізгі биометриялық көрсеткіштерін есептеу әдістерімен танысу.

Кейбір жағдайларда орташа шамаларды есептегенде өзгермелі белгінің абсолютті мағынасы емес, жеке варианттардың қайтымды сандары қолданылады. Осыдан алынған сипаттама орташа гармониялық деп аталады және H белгісімен белгіленеді. Басқада орташалар сияқты гармониялық орташада қарапайым және өлшенген болуы мүмкін. Іріктеу көлемінің белгі мағынасының қайтымды қосындысына қатынасын қарапайым орташа гармониялық көрсетеді:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}, \quad (12)$$

өлшенген орташа гармониялық мына формуламен анықталады:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i} \times p_i}, \quad (13)$$

мұнда x_i - белгі варианты;

n –варианта саны;

p_i -жиіліктер.

Орташа гармониялық - белгінің орташа шамасын есептеуде қолданылады, ол қандай да бір үрдістің жылдамдығымен (жүгірістің орташа жылдамдығы, сауу кезіндегі сүт беру жылдамдығы), сонымен қатар белгінің индекспен анықталған жағдайында (тері бетіндегі талшықтарының саны 1 мм^2) сипатталады.

H шамасы әрқашан \bar{X} шамасынан кіші.

Мысал. Бес сауыншы бір сағаттың ішінде қолмен мынадай мөлшерде сүт сауды: біріншісі -10 л, екіншісі – 20 л, үшіншісі – 25 л, төртіншісі – 30 және бесіншісі -20 л, барлығы 105 л. 1 л сүт сауу үшін бір сауыншы қанша уақыт жұмсайды ?

Осы есепті орташа арифметикалық көмегімен шешіп, $\bar{X} = 105/5 = 21$ литр аламыз.

Олай болса, 1 л сүтті саууда орташа $60:21=2,86$ мин.жұмсалады. Бірақта бұл есептеу жеткілікті анық емес, себебі нақты 5 л сүтті саууда орташа $60/10+60/20+60/25+60/30+60/20=16,4$ мин. жұмсалды. Ендеше 1 л сүтті сауарда сауыншы орташа мөлшермен $16,4:5=3,28$ мин жұмсайды (жоғарыда алынғандай 2,86 мин емес).

Сондықтан, 1 с сауыншы орташа мөлшермен 21 л сүт емес, тек қана 18,31л сүт сауады, яғни оны мына есептеулерден көруге болады: $H=5/(1/10+1/20+1/25+1/30+1/20)=5/0,273=18,31$ л. 1 л сүтті саууда сауыншы орташа есеппен $60/18,31=3,23$ мин. жұмсайды. Берілген оқиғада осы көрсеткіш орташа арифметикалыққа қарағанда нақты дәл келетін болып табылады.

Аудан өлшемдері белгілерінің айтылуында (мысалы, күнбағыс себеттерінің диаметрі, осы өсімдіктің өнімімен байланысты; жапырақ табақшаларының шамасы, фотосинтез өнімділігіне байланысты, немесе колония микроағзалардың өлшемдерімен, сол және басқада белсенді заттардың өндірілуімен байланысады)ең нақтысы болып S символамен белгіленетін орташа квадраттық сипатталады. Бұл шама варианты квадраты қосындысынан, осы іріктеулердегі олардың жалпы санына лайықты түбір асты квадратына тең болады, яғни:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}, \quad (14)$$

немесе жеке варианттардың қайталануында:

$$S = \sqrt{\frac{\sum p_i x_i^2}{n}}. \quad (15)$$

Мысал. 10 күнбағыс себеттерінің диаметрін өлшегенде (см) алынған нәтижелелер келесідей жағдайда болды:

Себеттер диаметрі (x_i) ... 8 11 13 15 16 17

Оқиға саны (p_i)1 1 2 3 2 1

Осы белгілердің орташа өлшемін анықтайық. Алдынала есептесек $\sum p_i x_i^2 = 1999$, яғни $S = 14,1$ см. Егерде орташа арифметикалықты есептесек, онда ол орташа квадраттықтан аз болып шығады: $\bar{X} = 13,9$ см.

Орташа кубтық – салмақты белгілердің нақты сипаттамасы. Ол K символамен белгіленіп және варианта кубының қосындысынан, олардың санына бөлінген куб түбіріне тең болады, яғни:

$$K = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}}, \quad (16)$$

немесе жеке варианттардың қайталануын есепке ала отырып:

$$K = \sqrt[3]{\frac{\sum p_i x_i^3}{n_i}}. \quad (17)$$

Мысал. Кездейсоқ таңдалған 18 тауық жұмыртқасының диаметрін (см) өлшегенде (жұмыртқаның үлкен және кіші диаметрінің жартылай қосындысы алынды) төмендегідей нәтижелер алынды:

Жұмыртқа диаметрі (x_i)4,7 4,8 5,0 5,4 5,6 6,0

Оқиға саны (p_i) 2 4 6 3 2 1

Жұмыртқаның орташа өлшемін (көлемін) олардың диаметрі бойынша анықтаймыз. Алдынала $\sum x_i^3 = 2439,7$, табамыз, яғни $K = 5,1$ см.

Орташа геометриялық – дене өлшемінің сызықтық өсуінің артуын немесе қосудың орташасын, белгілі уақыт аралығындағы популяция санының өсуін анықтауда ең нақты сипаттама болып табылады.

Ол G символымен белгіленіп және n -дәрежесіндегі қатар мүшелерінің туындыларының түбіріне тең болады:

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}. \quad (18)$$

Мысалы, орташа геометриялық сандар 5, 8, 25 тең

$$G = \sqrt[3]{5 \times 8 \times 25} = \sqrt[3]{1000} = 10.$$

Әдетте орташа геометриялықты ондық логарифм формуласының көмегімен есептейді:

$$\lg G = (\lg x_1 + \lg x_2 + \dots + \lg x_n) \div n, \quad (19)$$

яғни орташа геометриялық логарифмі орташа арифметикалықтың барлық қатарындағы логарифм мүшелеріне тең. Осыдан орташа геометриялық логарифмінің қосындысынан жеке варианттар логарифмдерінің ауытқуы нольге тең болады (орташа шаманың негізгі қасиеті).

Мысал. Дональдсон мәліметтері бойынша, тәжірибеге алынатын тышқандардың тірі салмағы жас ерекшелігіне байланысты өзгеріп отырады (кесте 2.6.1).

Кесте 2.6.1

Тышқан жасы, апталар	Тірі салмағы, г (x_i)	Абсолютті апталық салмақ өсімі, г	Тышқан салмағының логарифмдік өсімі
1	10	-	-
2	15	5	0,69897
3	20	5	0,69897
4	27	7	0,84510
5	35	8	0,90309
6	46	11	1,04139
7	58	12	1,07918
8	72	14	1,14613
9	87	15	1,17609

Қосынды - 77 7,58892

Белгілі шамаларды формулаға қоя отырып, тышқандар өмірінің алғашқы тоғыз аптасындағы абсолютті апталық салмақ өсімінің орташа геометриялығын анықтаймыз: $\lg G = 7,58892/8 = 0,94861$, мұндағы $G = 8,9$ г. Орташа арифметикалық абсолютті салмақ өсімінен орташа геометриялыққа қарағанда көп: $\bar{x} = 77/8 = 9,6$ г.

Орташа геометриялық – уақыт ішіндегі белгілердің өзгеруін сипаттауда орташа арифметикалыққа қарағанда нақты көрсеткіш.

Бұған сену қиын емес, сол фактыны ескере отырып (G) белгісінің өсу шамасының айтарлықтай біртіндеп көбеюі алғашқы (x_0) шамасынан бастап оның (x_n) соңғы шамасына тең. Бұл тәсілді берілген уақыт аралығындағы белгілер шамасының айтарлықтай өсіндісінің орташа геометриялық есебінің нақты дәлелін тексеруде қолданылады.

Қағида бойынша, орташа арифметикалықтың орташа геометриялықтан айырмашылығы көп емес және орташа арифметикалық динамикалық темптің жуықтау сипаты ретінде қолданылып, есептеудің аз еңбек жұмсалыуымен байланысты.

Орташа геометриялықты дұрыс қолдану ережелерінің ең маңызды шарттарының бірі динамиканың өзінде қаланған геометриялық прогрессияның бар болуы. Бұл ерекшелік осы бағалы көрсеткішті қолдану аймағын біраз шектейді.

Тапсырма 1. Бес зиготаның бөлінуі басталғанға дейінгі орташа диаметрін анықтаңыз, егер де олардың әрбіреуінің диаметрі белгілі болса (мкм): 60, 70, 58, 65, 75.

Тапсырма 2. Қара бидай масағының тығыздығын анықтауда 20 өсімдік таңдап алынып, масағындағы дәннің саны саналып және әрбір масақ ұзындығы сантиметрмен өлшенді. Сосын дәннің санын масақ ұзындығына арақатысты тығыздылығы анықталды. Нәтижелері келесідей болып шықты:

Масақ ұзындығы (жуық шамада)....	8	9	10	11	12
Масақтағы дән саны	36	38	40	41	42
Оқиға саны (жиілік)	2	5	10	2	1
Масақ тығыздығы	4,5	4,2	4,0	3,7	3,5

Осы іріктеудегі масақтың орташа тығыздығын анықтаңыз.

Тапсырма 3. Сиырдың сүт беру жылдамдығының орташасын анықтаңыз, егерде 3 мин 6 кг сүт сауылса, соның ішінде бірінші минутында – 2 кг, екінші минутында – 3 кг, үшіншіде – 1 кг.

Тапсырма 4. Микроағзалардың 19 колониясының диаметрі олардың шамасына қарай келесідей болды:

Колония диаметрі (x_i)	10	15	20	25	30
Колония саны (p_i)	2	4	5	5	3

Колонияның орташа диаметрін және вариация көрсеткішін анықтаңыз.

Бақылау сұрақтары.

1. Орташа шамаларды атап, оларға қысқаша сипаттама беріңіз.

2. Орташа геометриялық қалай есептелінеді?
3. Орташа квадраттық қалай есептелінеді?
4. Орташа кубтық қалай есептелінеді?

7 тақырып. Корреляциялық тталдау

Мақсаты. Кіші іріктеулер үшін корреляция коэффициентін есептеу тәсілдерімен танысу. Бірфакторлы кешен дисперсиясын есептеу әдістерімен танысу.

Жеке белгілер арасындағы байланыстың бар не жоқтығын, оның сипаты және дәрежесін анықтау корреляция коэффициентін есептеу жолымен жүргізіледі.

Кіші іріктеулер үшін белгілер арасындағы бағыты мен дәрежесін анықтауда келесі формуланы қолданамыз:

$$r = \frac{\sum xy - (\sum x \cdot \sum y) \div n}{\sqrt{C_x \cdot C_y}} \quad \text{немесе} \quad r = \frac{C_x + C_y - C_d}{2\sqrt{C_x \cdot C_y}} \quad (36)$$

$$C_x = \sum x^2 - (\sum x)^2 : n; \quad C_y = \sum y^2 - (\sum y)^2 : n; \quad C_d = \sum d^2 - (\sum d)^2 : n; \quad d = x - y \quad (37)$$

Мысал. Кіші іріктеулер (n=10) мәліметтері бойынша алтай тұқымы қойларының тірі салмағымен (x) қырқылған жүнінің (y) арасында корреляциялық байланыстың бар екендігін анықтау

Кесте 4.1.1

X	y	xy	x ²	y ²
47	6,0	282	2209	36,00
52	7,0	364	2704	49,00
61	8,5	518	3721	72,25
48	6,0	288	2304	36,00
50	6,5	325	2500	42,25
55	7,5	412	3025	56,25
54	8,5	459	2906	72,25
54	7,5	405	2916	56,25
56	7,0	392	3136	49,00
53	7,5	397	2809	56,25

$\sum x = 530$ $\sum y = 72$ $\sum xy = 3843,5$ $\sum x^2 = 28240$ $\sum y^2 = 525$

Біздің мысалымызда $C_x = 28240 - 530^2 : 10 = 150$;

$C_y = 525 - 72^2 : 10 = 6,6$; $r = +0,87$.

Олай болса, қойлардың тірі салмағы қырқылған жүнімен маңызды және дұрыс өзгереді (корреляцияланады), осыдан барып, қойлардың тірі салмағы жоғарылағанда олардың қырқылған жүндері де артады.

Тапсырма 1. Сиырлардың суалу кезеңінің ұзақтығымен (x) олардың тәуліктік сауылымының жоғарылығы (y) арасындағы корреляция коэффициентін келесі мәліметтер бойынша есептеңіз:

X..... 20 50 10 80 30 100 70 40 90 60
 У..... 12 18 8 20 14 22 24 10 26 46

Тапсырма 2. Қара-күміс түлкілердің енелерінің өнімділігімен (x) олардың ұрғашыларының өнімділігі (y) арасындағы корреляцияны келесі іріктеулердің мәліметтері бойынша анықтаңыз:

X..... 6 7 5 5 6 5 5 5 3 4 6 4 7 6 5
 У..... 7 5 6 3 6 2 7 8 5 2 5 6 4 7 5

Тапсырма 3. Шошқалардың жасы (x) және олардың өнімділігі (y) арасындағы корреляция коэффициентін анықтаңыз. Шошқалардың жасы числом опросов санымен көрсетілген.

X..... 2 1 5 7 3 2 6 1 4 3
 У..... 8 5 13 10 9 7 12 6 14 10

Бақылау сұрақтары.

1. Корреляция және коррелятивті өзгергіштік дегеніміз не?
2. Белгілер арасындағы байланысты өлшеуде қандай көрсеткіштер қолданылады?

3. Корреляция коэффициентінің оң және теріс мағынасының белгілер арасындағы байланыс айырмашылығы неде?

4. Кіші іріктеулердегі фенотиптік корреляция коэффициенті қалай есептеледі?

5. Корреляция коэффициентінің абсолютті шамасы нені көрсетеді және ол қандай шектеулерде құбылады?

8 тақырып. Регрессиялық талдау, дисперсиялық талдау

Регрессия коэффициенті бір шаманың (x) басқа корреляция шамасымен (y) өзгеруін қаншалықты нақты санға өсетіндігін көрсетеді.

Регрессия коэффициенті – атаулы шама, мына формуламен есептелінеді:

$$R_{xy} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \text{ и } R_{yx} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (52)$$

Мысал. Анықтау қажет: 1) Украин дала тұқымының аналық шошқаларының көкірек өлшемі 1 см өзгергенде тірі салмағы қанша килограммға өзгереді; 2) аналық шошқалардың тірі салмағы 1 кг көбейгенде (азайғанда) олардың көкірек өлшемі қанша сантиметрге артады (азаяды). Осы белгілер арасындағы байланыс $r=0,7$; $\sigma_y=29,3$; $\sigma_x=10,6$ тең.

Осы мағыналарды регрессия коэффициенті формуласына қоямыз.

Көкірек өлшемі бойынша тірі салмақ регрессиясы:

$$R_{xy} = 0,7 \cdot \frac{29,4}{10,6} = 1,94; \text{ сонымен, көкірек өлшемі 1см өскенде аналық шошқалардың}$$

тірі салмағы 1,94 кг артады.

Тірі салмағы бойынша көкірек өлшемінің регрессиясы тең:

$$R_{yx} = 0,7 \cdot \frac{10,6}{29,4} = 0,25; \text{ яғни тірі салмағы 1 кг артқанда көкірек өлшемі орташа } 0,25$$

см өседі.

Регрессия қатары – бұл сандардың қосарланған қатары: 1-ші қатар – дәлел мағынасы, 2-ші қатар – корреляция белгілерінің сәйкес функциялары.

Регрессияның эмпириялық қатарын, регрессия коэффициенті есептеуінен шықпай, корреляциялық тродың нақты мәліметтерімен құрады. Бұл үшін эмпириялық қатардың бір белгісін (функциялары) басқа белгінің кластары бойынша (дәлелі) анықтайды.

Мысал. Украин дала тұқымының аналық шошқаларының көкірек өлшемі бойынша тірі салмағы және көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша регрессияның эмпириялық қатарын келесі мәліметтер бойынша құрыңыз (кесте 5.1.1).

Кесте 5.1.1 Аналық шошқалардың тірі салмағы және көкірек өлшемі арасындағы регрессияның эмпириялық қатарын есептеу

Тірі салмағы бойынша класс (x)	Көкірек өлшемі бойынша класс (y)								p_x	X_{yx}
	130-135	136-141	142-147	148-153	154-159	160-165	166-171	172-177		
180-199	2								2	133
200-219		5	5						10	142
220-239	3	20	19	13	3	5			63	147
240-259		7	10	10	4	2	3		36	150
260-279		2	2	5	7	4	1		21	155
280-299				4	2	1	1	1	9	158
300-319						2	2	2	6	169
320-339								3	3	175
p_y	5	34	36	32	16	14	7	6	150	
X_{xy}	214	233	235	250	260	260	276	316		

Тірі салмағы бойынша эмпириялық қатар құру үшін тірі салмағы бойынша класс орташасын (w_1) көкірек өлшемі класындағы сәйкес жиілікке көбейту қажет (p_{xy}), сосын осы туындыларды қосып көкірек өлшемі бойынша осы кластың жиілік санына бөлеміз.

Біздің мысалда көкірек өлшемі класының 130-135 жиілігі 2, тірі салмағы бойынша кластағы 180-199, және жиілігі 3 – тірі салмағы класында - 220-239; 1-ші кластың орташасын 190 жиілік 2 және 2-ші кластың орташасын 230 жиілік 3 көбейтеміз, осы туындыларды қосып жиілік санына бөліп, осы кластың тірі салмағының орташасын аламыз.

$$X_{xy} = \frac{\sum (w_x p_{xy})}{p_y} = \frac{190 \cdot 2 + 230 \cdot 3}{5} = 214.$$

Көкірек өлшемі 136-141 екінші класс үшін орташа тірі салмағы

$$X_{xy} = \frac{210 \cdot 5 + 230 \cdot 20 + 250 \cdot 2}{34} = 233 \text{ тең болады;}$$

3-ші класс үшін $X_{xy}=235$;

4-ші класс үшін $X_{xy}=250$;

5-ші класс үшін $X_{xy}=260$;

6-ші класс үшін $X_{xy}=260$;

7-ші класс үшін $X_{xy}=276$;

8-ші класс үшін $X_{xy}=316$.

X_{xy} мағынасынан алынған қатар көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша регрессияның эмпириялық қатарын береді; ол кіші әріптермен сәйкес кластардың астына жазылады (кесте 5.1.1).

Көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша эмпириялық қатары алдыңғысымен үйлесімді құрастырылады:

$$X_{yx} = \frac{\sum (w_y p_{yx})}{p_x}.$$

X_{yx} алынған мағынасы тірі салмағы бойынша көкірек өлшемі регрессияның эмпириялық қатарын береді, ол сәйкес кластардың оң жағына бағана ретінде жазылады (кесте 5.1.1).

Регрессияның теориялық қатарын алу үшін регрессия теңдеуінің формуласын қолданады:

$$y - X_y = R_{yx}(x - X_x), \text{ или } y = R_{yx}(x - X_x) + X_y;$$

$$x - X_x = R_{xy}(y - X_y), \text{ или } x = R_{xy}(y - X_y) + X_x.$$

Мысал. Аналық шошқалардың көкірек өлшемі бойынша тірі салмағын (x) және тірі салмағы бойынша көкірек өлшемінің (y) регрессиялық теориялық қатарын келесі мәліметтер бойынша құру:

Тірі салмағы: $X_x=247,4$ кг; $R_{xy}=1,94$;

Көкірек өлшемі: $X_y=149,8$ см; $R_{yx}=0,25$.

Көкірек өлшемі бойынша көкірек өлшемімен тірі салмағының регрессия теориялық қатары (см): $y=140, 150, 160, 170$.

1-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (140-149,8)+247,4=228,4$;

2-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (150-149,8)+247,4=247,6$;

3-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (160-149,8)+247,4=267,2$;

4-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (170-149,8)+247,4=286,6$.

Тірі салмағы бойынша тірі салмағымен көкірек өлшемінің теориялық регрессия қатары (кг): $x=200, 220, 240, 260, 280$.

1-ші мағынасы үшін: $y=0,25(200-247,4)+149,8=138$;

2-ші мағынасы үшін: $y=0,25(220-247,4)+149,8=143$;

3-ші мағынасы үшін: $y=0,25(240-247,4)+149,8=148$;

4-ші мағынасы үшін: $y=0,25(260-247,4)+149,8=153$;

5-ші мағынасы үшін: $y=0,25(280-247,4)+149,8=158$.

Тапсырма 1. Он оңтүстікқазақ меринос қойларының жүндерінің қалыңдығы (x) және ұзындығы (y) арасындағы корреляция және регрессиясы коэффициенттерін мына мәліметтер бойынша есептеңіз:

X, дана - 491 502 526 429 438 410 390 394 360 400

У, дана - 5,5 10,0 6,6 8,0 7,7 8,0 8,4 9,0 6,0 11,1

Тапсырма 2. Сұлы дәнінің май үлесімен (%) және салмағының (мг) арасындағы тәуелділікті зерттегенде нәтижесі мынадай болып шықты:

Үлесі бойынша кластар

Дәніндегі майы (х).....4,5 - 5,0–5,5–6,0–6,5 – 7,0 – 7,5 – 8,0–8,5

Дәнің орташа салмағы..45,0 45,8 44,3 41,9 40,1 39,0 37,5 37,5.

Қатар мүшелерінің орташаланған, немесе теңестірілген мағынасын табыңыз.

Егер белгіге бір ғана реттеу факторының әсері сыналса, дисперсиялық кешен бірфакторлы деп аталады. Бірфакторлы дисперсиялық кешендер біркелкі және біркелкі емес болуы мүмкін. Осыған қарамастан бірфакторлы кешендердің дисперсиялық талдау техникасы өзгеру көрсеткіштерінің есебіне міндетті түрде үйлеседі.

Жалпы дисперсияны (C_y) есептеу үшін келесі формуланы қолданамыз:

$$C_y = \sum v^2 - H, \quad H - \text{аралық шама, ол тең: } H = \frac{\sum (v^2)}{n}. \quad (53)$$

Қалдықты дисперсияны (C_z) мына формула бойынша есептейміз:

$$C_z = \sum v^2 - \sum h_x, \quad \text{где } \sum h_x = \frac{\sum (v)^2}{n}. \quad (54)$$

Факториалды дисперсияны (C_x мына формула бойынша есептейміз) мына формула бойынша есептейміз:

$$C_x = \sum h_x - H. \quad (55)$$

Мысал. Жаңа туылған бұзаулардың тірі салмағына ежелерінің жасының әсері. Есептеу реті және қажетті мәліметтер 6.1.1 кестеде көрсетілген.

Кесте 6.1.1 Кіші іріктеудегі бірфакторлы кешенді өңдеу

Көрсеткіштер	Толықжасты ежелері	31-36 ай.	Ежелерінің жасы 25-30 ай	Σ
v (туылғандағы тірі салмағы)	35, 36, 40, 38, 43, 42	38, 32, 40, 34, 35, 31	35, 37, 30, 31, 32	609
v^2	1225, 1296, 1600, 1444, 1849, 1764	1444, 1024, 1600, 1156, 1225, 961	1225, 1369, 900, 961, 1024	22067
N	6	6	5	17
Σv	234	210	165	609
$(\Sigma v)^2$	$234^2=54756$	44100	27225	-
$\sum h_x = \frac{\sum (v)^2}{n}$	9126	7350	5445	21921
$\bar{X} = \frac{\sum v}{n}$	39	35	33	35,8

N аралық шамасын есептеу үшін 6.1.1 кестесінің 4 және 3 жолдарындағы жинақ көрсеткіштері қолданылады.

$$H = \frac{\sum (v^2)}{n} = \frac{609^2}{17} = 21817.$$

C_y , C_x , C_z дисперсияларын жоғарыда келтірілген формулаға кестедегі мәліметтерді қоя отырып есептейміз:

$$C_y = 22067 - 21817 = 250;$$

$$C_x = 21912 - 21817 = 104;$$

$$C_z = 22067 - 21921 = 146.$$

Есептеу дұрыстығы қосынды арқылы жүргізіледі: $C_y=C_x+C_z$, т.е. $104+146=250$. Бұл жағдайда есептеу дұрыс.

Өзгермелі белгіге әртүрлі факторлардың әсер ету дәрежесі (үлесі) C_x және C_y , C_z және C_y дисперсиялары арасындағы қатынаспен анықталады; бұл қатынасты η^2 арқылы белгілейміз. Яғни, ескерілген факторлардың әсер ету үлесі $\eta^2_x = \frac{C_x}{C_z}$ тең, ал ескерілмеген

факторлар үшін $\eta^2_z = \frac{C_z}{C_y}$.

Біздің мысалымызда ескерілген факторлар үлесі тең болады:

$$\eta^2_x = \frac{104}{250} = 0,415, \text{ или } 41,5 \%$$

Ескерілмеген факторлар үлесі:

$$\eta^2_z = \frac{146}{250} = 0,585, \text{ или } 58,5 \%$$

Факториалды дисперсия дұрыстығы, яғни белгінің өзгергіштігіне әсер ету немесе фактордың әсер ету үлесінің дұрыстығы Фишер коэффициентімен (F) анықталады. Фишер коэффициентін есептеу үшін бостандық дәрежесінің санын (v) және түзетілген дисперсия - девиата (σ^2) санын анықтау қажет.

Факториалды дисперсия (C_x) үшін бостандық дәрежесінің саны минус бірлік факторы бойынша (I) класс сандарына тең.

$$v_x = I_x - 1; \text{ біздің мысалымызда } = 3 - 1 = 2.$$

Қалдықты дисперсия үшін (C_z) бостандық дәрежесінің саны класс сандарының минус (I) іріктеу (n) сандарына тең.

$$v_z = n - I_x; \text{ біздің мысалымызда } = 17 - 3 = 14.$$

Жалпы дисперсия (C_y) үшін бостандық дәрежесінің саны бірліксіз іріктеу (n) санына тең.

$$v_z = n - 1; \text{ біздің мысалымызда } = 17 - 1 = 16.$$

Түзетілген дисперсия немесе девиатаны (σ^2) (факториалды және қалдықты) дисперсияны сәйкес бостандық дәрежесінің санына бөлу арқылы есептейміз.

$$\text{Факториалды девиата тең: } \sigma^2_x = \frac{C_x}{v_x}; \text{ біздің мысалымызда } \sigma^2_x = \frac{104}{2} = 57.$$

$$\text{Қалдықты девиата тең: } \sigma^2_z = \frac{C_z}{v_z}; \text{ біздің мысалымызда } \sigma^2_z = \frac{146}{14} = 10,4.$$

Фишер дұрыстығының коэффициенті факториалды түзетілген дисперсияны (девиатаны) қалдықты түзетілген дисперсияға бөлу арқылы шығарылады.

$$F = \frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z}; \text{ біздің мысалымызда } F = 5,5.$$

Есептелген F мағынасын кестелік F мағынасымен салыстырады. F кестелік мағынасы берілген мысалда ықтималдықтың үш деңгейіне тең:

$$F_{0,95} = 3,7; F_{0,99} = 6,5; F_{0,999} = 11,8.$$

Біздің мысалымызда есептелген F 5,5 тең, ендеше жаңа туылған бұзаулардың тірі саламағына ежелерінің жасының әсері дұрыс, ықтималдық деңгейі $p=0,95$.

Тапсырма 1. Әртүрлі жас шамасындағы ер адамдардың төрт тобында тамыр қанағысының 1 с ішіндегі жылдамдығы өлшенді. Нәтижесі келесідей болып шықты:

Ерлердің жас тобы	Тәжірибе нұсқасы (проб)			Орташа (\bar{X}_i)
	1	2	3	
Бірінші	7	10	12	9,67
Екінші	9	7	14	10,00
Үшінші	11	16	20	15,67
Төртінші	15	18	17	16,67

Осы топтардың орташа көрсеткіштері арасындағы айырмашылық дұрыс екендігін анықтаңыз.

Тапсырма 2. Емен жібек жұлдызқұртының жетілуіне жарық режимінің әсерін зерттеудегі нәтижелер келесідей болып шықты:

Тәжірибе нұсқалары	Коректендіру басындағы жұлдызқұрт саны	5 күн ішіндегі жұлдызқұрттардың тірі қалуы					Орташа топтар
		1	2	3	4	5	
Бақылау	150	9	8	7	8	17	9,8
Толықтай қараңғылық	150	10	10	9	8	17	10,8
Жарық 4 с	150	9	8	8	9	16	10,0
Жарық 8 с	150	8	7	8	7	15	9,0
Жарық 12 с	150	9	8	8	7	17	9,4

Осы мәліметтердің негізінде қандай қорытынды жасауға болады?

Бақылау сұрақтары.

1. Регрессия коэффициенті дегеніміз не?
2. R_{xy} және R_{yx} коэффициенттері арасындағы айырмашылық неде?
3. Регрессияның эмпириялық және теориялық қатары арасындағы құру айырмашылығы неде?
4. Дисперсиялық талдаудың мақсаты неде?
5. Жалпы, факториалды және қалдықты дисперсия дегеніміз не?
6. Қандай дисперсиялық кешендер болады?