Титульный лист методических рекомендации и указаний

Форма
Ф СО ПГУ 7.18.3/40

Министерство образования и науки Республики Казахстан

Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Кафедра математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И УКАЗАНИЯ

к лабораторным занятиям

дисциплины Эконометрика

для студентов специальностей 050508 «Учет и аудит», 050509 «Финансы».

Павлодар

Лист утверждения методических рекомендации и указаний		Форма Ф СО ПГУ 7.18.3/41

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УР

_____________Н.Э.Пфейфер

«____»___________20___г.

Составитель: ____________ старший преподаватель Исмагулова Н.М.

Кафедра математики

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

к лабораторным занятиям

по дисциплине «Эконометрика»

для студентов специальностей 050508 «Учет и аудит», 050509 «Финансы».

Рекомендована на заседании кафедры

«___»___________20 __г. Протокол №____

Заведующий кафедрой_________________ Павлюк И.И. «___»___________20__ г.

Одобрена УМС факультета физики, математики и информационных технологий

«___»___________20 __г. Протокол №____

Председатель УМС _______________ Муканова Ж.Г. «___»___________20__ г.

ОДОБРЕНО:

Начальник ОПиМОУП _________________ Варакута А.А. «___»___________20__ г.

Одобрена учебно-методическим советом университета

«___»___________20 __г. Протокол №____

Рекомендации к изучению отдельных тем курса «Эконометрика»

При изучении темы «Сведения из теории вероятностей и математической статистики» особое внимание следует обратить способы представления и обработки статистических данных. Теоретические и выборочные характеристики. Общая схема проверки гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Точечные и интервальные оценки. Статистические свойства оценок. Анализ зависимостей двух случайных величин.

Тема. Метод наименьших квадратов.

Функция регрессии и основные задачи статистического анализа парной связи. Оценка коэффициентов уравнения регрессии методом наименьших квадратов. Проверка качества коэффициентов регрессии и качества уравнения регрессии. Проверка общего качества уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Скорректированный коэффициент детерминации. Проверка значимости коэффициента детерминации.

Тема. Дисперсионный анализ.

Однофакторный дисперсионный анализ. Статистическим методом анализа оценить влияние одного или нескольких качественных факторов на рассматриваемому величину x.

Лабораторная работа 1

Тема: Анализ зависимости двух случайных величин

Следующая таблица представляет совместный закон распределения двух СВ X и Y – отдачи (в %) за первый год от инвестиций в отрасли соответственно:
1)Определите маргинальные законы распределений СВ X и Y.
2)Вычислите ожидаемые значения X и Y, а также их дисперсии.
3)Являются ли СВ X и Y независимыми?
4)Вычислить ковариацию, коэффициент корреляции, а также решить, что менее рискованно: вкладывать деньги в одну из этих отраслей, либо одновременно в обе в равных пропорциях.

В средней части таблицы 1 приведены совместные вероятности $P(x, y)$ двух СВ. Например, $P(X=20, Y=5)=P(20,5)=p_{22}=0{,}2$. В правом столбце и нижней строке приведены вероятности СВ X и Y соответственно. Например, $P(X=-10=P_X(-10)=0{,}6$.

Условная вероятность $P(x/y)$ определяется по столбцам таблицы, а условная вероятность $P(y/x)$ - по строкам. Например,
$P(20/Y=5)=P(X=20, Y=5)/P(Y=5)=0{,}2/0{,}45=0{,}444$

Законы распределения СВ X и Y представлены следующими таблицами:

Так

X	-10	20
P_X	0,6	0,4

как

Y	-10	5	10
P_Y	0,20	0.45	0,35

$P(x, y) \neq P(x)P(y)$,то можно сделать вывод, что указанные СВ не являются независимыми. По построенным законам распределений определим числовые харахтеристики СВ X и Y:

$$M(X) = -10 \cdot 0{,}6 + 20 \cdot 0{,}4 = 2; \quad M(Y) = -10 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot 0{,}45 + 10 \cdot 0{,}35 = 3{,}75$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 100 \cdot 0{,}6 + 400 \cdot 0{,}4 - 4 = 216;$$

$$D(Y) = M(Y^2) - M^2(Y) = 100 \cdot 0{,}2 + 25 \cdot 0{,}45 + 100 \cdot 0{,}35 = -(3{,}75)^2 = 52{,}1875$$

$$\sigma(X) = \sqrt{216} = 14{,}7; \quad \sigma(Y) = \sqrt{52{,}1875} = 7{,}22.$$

Найдем их ковариацию и коэффициент корреляции.

$$\sigma_{xy} = M(XY) - M(X) \cdot M(Y) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} x_i y_j p_{ij} - M(X) \cdot M(Y) =$$

$$-10 \cdot (-10) \cdot 0{,}05 + (-10) \cdot 510$$

Лабораторная работа 2

Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы.

Методические указания

Регрессией Y на X или условным математическим ожиданием случайной величины Y относительно случайной величины X называется функция вида

$$M(Y/x) = f(x).$$

Регрессией X на Y называется функция вида $M(X/y) = \varphi(y)$.

Оценками этих функций являются выборочные уравнения регрессии, или условные средние

$$\overline{y}_x = f(x), \quad \overline{x}_y = \varphi(y)$$

В том случае, когда варианты парной выборки встречаются по нескольку раз, причем с одним значением варианты x_i может встретиться несколько вариант y_j, их обычно представляют в виде корреляционной таблицы.

Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид

$$\overline{y}_x - \overline{y} = r_в \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x}),$$

где $r_в = \dfrac{\sum n_{xy}xy - n\overline{x}\cdot\overline{y}}{n\sigma_x\sigma_y}$ – выборочный коэффициент корреляции.

Для упрощения расчетов используются условные варианты, которые рассчитываются по формулам

$$u_i = \frac{x_i - C_1}{h_1}, \qquad v_j = \frac{y_j - C_2}{h_2},$$

где C_1 , C_2 – ложные нули (в качестве ложного нуля будем принимать варианту, расположенную в середине вариационного ряда),

h_1 , h_2 – шаги, т.е. разности между двумя соседними вариантами.

В этом случае выборочный коэффициент корреляции

$$r_в = \frac{\sum n_{uv}uv - n\overline{u}\cdot\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v},$$

причем слагаемое $\sum n_{uv}uv$ удобно вычислять, используя расчетную таблицу 1.

Величины $\overline{u}, \overline{v}, \sigma_u, \sigma_v$ могут быть найдены по формулам

$$\overline{u} = \frac{\sum n_u u}{n}, \ \overline{v} = \frac{\sum n_v v}{n}, \ \sigma_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\overline{u})^2}, \ \sigma_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\overline{v})^2}$$

Для обратного перехода применяются выражения

$$\overline{x} = \overline{u}h_1 + C_1, \ \overline{y} = \overline{v}h_2 + C_2, \ \sigma_x = \sigma_u h_1, \ \sigma_y = \sigma_v h_2$$

Пример Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы.

У/Х	15	20	25	30	35	40
100	2	1		7		
120	4		2			3
140		5		10	5	2
160			3	1	2	3

Решение. Для упрощения расчетов перейдем к условным вариантам, которые рассчитываются по формулам

$$u_i = \frac{x_i - 30}{5}, \quad v_j = \frac{y_j - 120}{20}$$

и составим преобразованную корреляционную таблицу с условными вариантами

u/v	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**n_v**
-1	2	1		7			10
0	4		2			3	9
1		5		10	5	2	22
2			3	1	2 3	9	
n_u	6	6	5	18	7	8	N=50

Затем составим новую таблицу, в которую внесем посчитанные значения $n_{ij}U_i$ в правый верхний угол заполненной клетки и $n_{ij}V_j$ в левый нижний угол, после чего суммируем верхние значения по строкам для получения значений V_j и нижние значения по столбцам для U_i и подсчитаем величины $u_i U_i$ и $v_j V_j$.

u/v	-3	-2	-1	0	1	2	V_j	v_jV_j
-1	-6 2 -2	-2 1 -1		0 7 -7			-8	8
0	-12 4 0		-2 2 0			6 3 0	-8	0
1		-10 5 5		0 10 10	5 5 5	4 2 2	-1	-1
2			-3 3 6	0 1 2	2 2 4	6 3 6	5	10
U_i	-2	4	6	5	9	8	-	$\Sigma=17$
u_i Ui	6	-8	-6	0	9	16	$\Sigma=17$	-

Подсчитываем суммы $\sum_{i=1}^{k_1} u_i U_i$ и $\sum_{j=1}^{k_2} v_j V_j$. Параллельный подсчет этих сумм осуществляется для контроля правильности расчетов. В данном случае

$$\sum_{i=1}^{k_1} u_i U_i = \sum_{j=1}^{k_2} v_j V_j = 17$$

Находим $\bar{u}, \bar{v}$

$$\bar{u} = (-3\cdot 6 - 2\cdot 6 - 1\cdot 5 + 1\cdot 7 + 2\cdot 8)/50 = -0{,}24,$$

$$\bar{v} = (-1\cdot 10 + 1\cdot 22 + 2\cdot 9)/50 = 0{,}6$$

Находим $\overline{u^2}, \overline{v^2}$

$$\overline{u^2} = (9\cdot 6 + 4\cdot 6 + 1\cdot 5 + 1\cdot 7 + 4\cdot 8)/50 = 2{,}44$$

$$\overline{v^2} = (1\cdot 10 + 1\cdot 22 + 4\cdot 9)/50 = 1{,}36$$

Определяем σ_u, σ_v

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\bar{u})^2} = \sqrt{2{,}44 - (-0{,}24)^2} = 1{,}54$$

$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\overline{v})^2} = \sqrt{1{,}36 - 0{,}6^2} = 1$$

Вычисляем выборочный коэффициент корреляции

$$r_в = \frac{\sum n_{uv}uv - n\overline{u}\cdot\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v} = \frac{17 - 50\cdot(-0{,}24)\cdot 0{,}6}{50\cdot 1{,}54\cdot 1} = 0{,}314$$

Осуществим переход к исходным вариантам:

$$\overline{x} = \overline{u}h_1 + C_1 = 5\cdot(-0{,}24) + 30 = 28{,}8,$$
$$\overline{y} = \overline{v}h_2 + C_2 = 20\cdot 0{,}6 + 120 = 132,$$
$$\sigma_x = \sigma_u h_1 = 5\cdot 1{,}54 = 7{,}7,$$
$$\sigma_y = \sigma_v h_2 = 20\cdot 1 = 20.$$

Находим уравнение регрессии Y на X $\quad \overline{y}_x - \overline{y} = r_в\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$

$$\overline{y}_x - 132 = 0{,}314\frac{20}{7{,}7}(x - 28{,}8) \qquad \text{или} \qquad \overline{y}_x = 0{,}81x + 108{,}51$$

Лабораторная работа 3

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ методом дисперсионного анализа проверить нулевую гипотезу о влиянии фактора на качество объекта на основании пяти измерений для трех уровней фактора $Ф_1 – Ф_{3.}$

Методические указания

Дисперсионным анализом называется статистический метод анализа результатов испытаний, цель которого – оценить влияние одного или нескольких качественных факторов на рассматриваемую величину X.

Рассмотрим схему однофакторного дисперсионного анализа на примере исследования влияния различных видов рекламы на прибыль предприятия.

Если разделить виды рекламы на несколько групп (уровней фактора) и через одинаковые интервалы времени измерять прибыль, то результаты можно представить в виде таблицы

Номер измерения	**Уровни фактора**			
	$Ф_1$	**$Ф_2$**	**…**	**$Ф_p$**
1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1p}
2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2p}
.	.	.	…	.
q	X_{q1}	X_{q2}	…	X_{qp}
Групповая средняя	$\overline{x}_{г1}$	$\overline{x}_{г2}$	…	$\overline{x}_{гp}$

Общую среднюю можно получить как среднее арифметическое групповых средних

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^{p} \bar{x}_{гj} / p$$

На разброс прибыли относительно общей средней влияют как измерения уровня рассматриваемого фактора, так и случайные факторы. Для того чтобы учесть влияние данного фактора, общая выборочная дисперсия разбивается на две части, первая из которых называется факторной $(S^2_ф)$, а вторая - остаточной $(S^2_{ост})$.
С целью учета этих составляющих вначале рассчитываются общая сумма квадратов отклонений вариант от общей средней

$$R_{общ} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{q} x_{ij}^2 - pq(\bar{x})^2$$

и факторная сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней, которая и характеризует влияние данного фактора,

$$R_ф = q\sum_{j=1}^{p} \left((\bar{x}_{гj})^2 - p(\bar{x})^2 \right)$$

Остаточная сумма квадратов отклонений получается как разность

$$R_{ост} = R_{общ} - R_ф$$

Факторная и остаточная дисперсии определяются по формулам:

$$S^2_ф = \frac{R_ф}{p-1}, \qquad S^2_{ост} = \frac{R_{ост}}{p(q-1)}$$

С целью оценки влияния фактора на изменения рассматриваемого параметра рассчитывается величина

$$f_{набл} = \frac{S^2_ф}{S^2_{ост}}$$

Так как отношение двух выборочных дисперсий распределено по закону Фишера – Снедекора, то полученное значение $f_{набл}$ сравнивают со значением функции распределения в критической точке $f_{кр}$, соответствующей выбранному уровню значимости α. Если $f_{набл} > f_{кр}$, то фактор оказывает существенное воздействие и его следует учитывать, в противном случае он оказывает незначительное влияние, которым можно пренебречь.

Пример

Для проверки влияния внутрицехового оформления на качество продукции рассмотрены три участка по производству однотипной продукции и проведена выборочная проверка процента брака за пять месяцев. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить нулевую гипотезу о существенном влиянии оформления участка на качество продукции.

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	2	3	1
2	4	5	4
3	3	4	5
4	2	3	10
5	1	6	3

Решение Находим общую среднюю

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	2	3	1
2	4	5	4
3	3	4	5
4	2	3	10
5	1	6	3
Групповая средняя	2,4	4,2	4,6

$$\bar{x} = \frac{2{,}4 + 4{,}2 + 4{,}6}{3} = 3{,}73$$

Для расчета $R_{общ}$ составляем таблицу квадратов вариант

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	4	9	1
2	16	25	16
3	9	16	25
4	4	9	100
5	1	36	9
$\sum$	34	95	151

Вычисляем $R_{общ}$

$$R_{общ} = 34 + 95 + 151 - 3 \cdot 5 \cdot 3{,}73^2 = 71{,}3$$

Находим $R_ф$ по формуле

$$R_ф = 5(2{,}4^2 + 4{,}2^2 + 4{,}6^2 - 3 \cdot 3{,}73^2) = 14{,}1$$

Получаем $R_{ост}$

$$R_{ост} = R_{общ} - R_ф = 71{,}3 - 14{,}1 = 57{,}2$$

Определяем факторную и остаточную дисперсии:

$$S_ф^2 = \frac{R_ф}{p - 1} = \frac{14{,}1}{2} = 7{,}05,$$

$$S_{ост}^2 = \frac{R_{ост}}{p(q - 1)} = \frac{57{,}2}{12} = 4{,}77$$

Находим $f_{набл} = 7{,}05 / 4{,}77 = 1{,}48$

Для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$, чисел степеней свободы 2 и 12 находим $f_{кр}$ из таблицы распределения Фишера – Снедекора $f_{кр}(0{,}05; 2; 12) = 3{,}89$

В связи с тем, что $f_{набл} < f_{кр}$, нулевую гипотезу о существенном влиянии внутрицехового оформления на процент брака отвергаем.

Лабораторная работа 4

Дана таблица недельного дохода (X) и недельного потребления (У) для 10 домохозяйств. Необходимо:

а) оценить коэффициенты линейной регрессии по МНК;

б) вычислить стандартную ошибку регрессии;

в) проверить статистическую значимость коэффициентов при уровне значимости $\alpha = 0,05$;

г) рассчитать 95% -е доверительные интервалы для теоретических коэффициентов регрессии;

д) рассчитать коэффициент детерминации для построенного уравнения регрессии

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	70	90	100	110	120	120	150	140	180

Оценим коэффициенты линейной регрессии по МНК

Эмпирическое уравнение регрессии имеет вид

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x$$

Рассчитаем коэффициенты уравнения регрессии по формулам

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \\ b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \end{cases}$$

Для определения сумм составим расчетную таблицу

i	**x**	**y**	**x²**	**x y**	**y²**	$\tilde{y}$	**e**	**e²**

1	100	60	10000	6000	3600	60,9	-0,9	0,81
2	120	70	14400	8400	4900	72,7	-2,7	7,29
3	140	90	19600	12600	8100	84,5	5,5	30,25
4	160	100	25600	16000	10000	96,3	3,7	13,69
5	180	110	32400	19800	12100	108,1	1,9	3,61
6	200	120	40000	24000	14400	119,9	0,1	0,01
7	220	120	48400	26400	14400	131,7	-11,7	136,89
8	240	150	57600	36000	22500	143,5	6,5	42,25
9	260	140	67600	36400	19600	155,3	-15,3	234,09
10	280	180	78400	50400	32400	167,1	12,9	166,41
Сумма	1900	1140	394000	236000	142000	1140	0	635,3
Сред.	190	114	39400	23600	14200	114	0	63,53

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{23600 - 190 \cdot 114}{39400 - 190^2} = \dfrac{1940}{3300} = 0{,}59 \\ b_0 = 114 - 0{,}59 \cdot 190 = 1{,}9 \end{cases}$$

Коэффициент регрессии b_1 показывает абсолютную силу связи между вариацией X и вариацией У.

$$\tilde{y} = 1{,}9 + 0{,}59x$$

Вычислим стандартную ошибку регрессии S

$$S = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-2}}, \qquad S = \sqrt{\frac{635{,}3}{8}} = 8{,}91$$

Проверим статистическую значимость коэффициентов при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$. Она может быть решена по схеме:

$$H_0 : b_1 = 0$$
$$H_1 : b_1 \neq 0$$

Вычислим значения

$$t_{b_1} = \frac{b_1}{S_{b_1}}, \qquad \text{где } S_{b_1} = \sqrt{\frac{S^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}}$$

и $t_{кр} = t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$ (по таблице распределения Стьюдента)

$$S_{b_1} = \frac{8{,}91}{\sqrt{10 \cdot (39400 - 36100)}} = 0{,}05$$

$$t_{b_1} = \frac{0{,}59}{0{,}05} = 11{,}8 \qquad t_{кр} = 2{,}3$$

Сравним модуль наблюдаемого значения $|t_{b_1}|$ с критическим значением. Если $|t_{b_1}| > t_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается, следовательно, коэффициент b_1 статистически значим. Если нулевая гипотеза принимается, то коэффициент b_1 статистически незначим. Следовательно, в нашем случае коэффициент b_1 статистически значим.

Аналогично проверяется статистическая значимость коэффициента b_0.

$$S^2_{b_0} = S^2_{b_1}\overline{x^2} = \frac{S^2 \sum x_i^2}{n(\overline{x^2} - \overline{x}^2)} = 0{,}05^2 \cdot 39400 = 98{,}5$$

$$t_{b_0} = \frac{b_0}{S_{b0}} = \frac{1{,}9}{\sqrt{98{,}5}} = 0{,}19, \qquad t_{кр} = 2{,}3$$

Следовательно, в нашем случае коэффициент b_1 статистически незначим.

Рассчитаем 95% -е доверительные интервалы для теоретических коэффициентов регрессии. Они вычисляются по формулам

$$\left\|b_0 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S_{b0};\, b_0 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S_{b0}\right\|$$
$$\left\|b_1 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S_{b1};\, b_1 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2}S_{b1}\right\|$$

$$\alpha = 0.05$$

$$(1{,}9 - 2{,}3 \cdot 9{,}92; \quad 1{,}9 + 2{,}3 \cdot 9{,}92)$$
$$(0{,}59 - 2{,}3 \cdot 0{,}05; \quad 0{,}59 + 2{,}3 \cdot 0{,}05)$$

$$(-20{,}916; \quad 24{,}716)$$
$$(-0{,}475; \quad 0{,}705)$$

Рассчитаем коэффициент детерминации для построенного уравнения регрессии

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \overline{y})^2} = r^2_{xy}$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2}\sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2}}$$

$$r_{xy} = \frac{23600 - 190 \cdot 114}{\sqrt{3300}\sqrt{14200 - 114^2}} = \frac{1940}{1993{,}3} = 0{,}97$$

Такое значение линейного коэффициента корреляции говорит о высокой тесноте связи между X и У.

$$R^2 = 0{,}97^2 = 0{,}947$$

Квадрат коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации. $R^2 = 0{,}947$. Это означает, что доля вариации У, объясненная вариацией фактора X, включенного в уравнение регрессии, равна 94,7%, а остальные 5,3% вариации приходятся на долю других факторов, не учтенных в уравнении регрессии.

Рекомендации по работе с литературой

При изучении дисциплины «Эконометрика» особое внимание следует обратить на следующие литературные источники для проработки теоретического материала: [1], [3], [4], [5]. Для выполнения лабораторных заданий рекомендуется литература [2,[6], [7], [8].

Рекомендуемый список литературы

Основная:

1 Елисеева И. И. и др. Эконометрика. М.: Финансы и статистика, 2001.

2 Елисеева И. И. и др. Практикум по эконометрике. М.: Финансы и статистика, 2001.

3 Кремер Н. Ш. Эконометрика. М.: Юнити, 2002.

4 Магнус Я. Р. и др. Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело, 2000.

5 Доугерти К. Введение в эконометрику. М.: Инфра- М, 1997.

Дополнительная:

6 Айвазян С. А. , Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: Юнити, 1998.

7 Джонстон Дж. Эконометрические методы. М.: Статистика, 1980.

8 Дрейпер И., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Кн. 1, 2. М.: Финансы и статистика, 1986, 1987.

Следующая таблица представляет совместный закон распределения двух СВ X и Y – отдачи (в %) за первый год от инвестиций в отрасли соответственно:

1)Определите маргинальные законы распределений СВ X и Y.

2)Вычислите ожидаемые значения X и Y, а также их дисперсии.

3)Являются ли СВ X и Y независимыми?

4)Вычислить ковариацию, коэффициент корреляции, а также решить, что менее рискованно: вкладывать деньги в одну из этих отраслей, либо одновременно в обе в равных пропорциях.

Вариант1

Вариант2

Вариант3

Вариант 4

X \Y	-10	0	10
-10	0.02	0.10	0.25
0	0.03	0.35	0.00
10	0.12	0.03	0.10

Вариант 5

Вариант 6

Вариант7

Вариант 8

Вариант 9

Вариант 10

Лабораторная работа 2

Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы.

Вариант 1

У/Х	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				1		
45					2	
55						

Вариант 2

У/Х	20	25	30	35	40	45
10		4	8			4
20	2		4		2	
30			10	8		
40		4		10	4	

Вариант 3

У/Х	5	10	15	20	25	30
14	4	6		8		4
24		8	10		6	
34			32			
44			4	12	6	

Вариант 4

У/Х	15	20	25	30	35	40
100	2	1		7		
120	4		2			3
140		5		10	5	2
160			3	1	2	3

Вариант 5

У/Х	20	25	30	35	40	45
105			**4**	**2**	**1**	
115	**2**	**1**		**3**	**8**	**5**
125		**4**	**2**	**1**		**3**
135	**3**	**2**	**10**		**3**	**2**
145	**1**	**3**		**8**		**2**

Вариант 6

У/Х	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				20	2	5
45				5	12	6
55					1	5

Вариант 7

У/Х	12	17	22	27	32	37
105		4		3		
115	2	3	1		10	
125	3		5	1		4
135				8	2	1
145	1	2				

Вариант 8

У/Х	10	15	20	25	30	35
14			4	2	1	
24	2	1		3	8	5
34						
44	3	2	10		3	2
54	1	3		9		1

Вариант 9

У/Х	10	15	20	25	30	35
20	1	5		7		4
40	2		4		6	5
60		3	5	4	6	
80	10		2	3		5
100	2	4		4	8	10

Вариант 10

У/Х	5	10	15	20	25	30
15		6	4	2		2
25	4	2	8	1	5	
35				10	7	1
45	5	3	8		6	7
55	9	5		4		1

Вариант 11

У/Х	5	10	15	20	25	30
10		6	4	2		2
110	4	2	8	1	5	
120				10	7	1
130	5	3	8		6	7
140	9	5		4		1

Вариант 12

У/Х	10	15	20	25	30	35
10	2	4		8	4	10
30		4	7		5	1
50	3	2	5	10		
70	2		4	6	5	
90		3	5	6		4

Вариант 13

У/Х	5	10	15	20	25	30
80	5	1		4	7	
100		2	6	5		4
120	3		4		5	6
140		10		2	3	5
160	10		4	8	2	4

Вариант 14

У/Х	20	25	30	35	40	45
30		6		4		2
40	4	1	5		7	
50	3		4	5		6
60	5	3		10	2	
70		2	3		3	5

Вариант 15

У/Х	10	15	20	25	30	35
36		4		3		
46	2	3	1		10	
56	3		5	1		4
66				8	2	1
76	1	2				

Вариант 16

У/Х	42	46	50	54	58	62
15			4	2	1	
25	2	1		3	8	5
35		4	2	1		3
45	3	2	10		3	2
55	1	3		9		1

Вариант 17

У/Х	5	10	15	20	25	30
100		6	4	2		2
110	4	2	8	1	5	
120				10	7	1
130	5	3	8		6	7
140	9	5		4		1

Вариант 18

У/Х	20	25	30	35	40	45
105			4	2	1	
115	2	1		3	8	5
125		4	2	1		3
135	3	2	10		3	2
145	1	3		8		2

Лабораторная работа 3

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ методом дисперсионного анализа проверить нулевую гипотезу о влиянии фактора на качество объекта на основании пяти измерений для трех уровней фактора $Ф_1$ – $Ф_{3.}$

Вариант 1

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	24	18	22
2	16	14	15
3	12	10	16
4	5	4	12
5	6	16	8

Вариант 2

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	10	14	12
2	8	5	9
3	7	14	10
4	18	4	7
5	6	12	8

Вариант 3

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	16	9	14
2	10	8	16
3	20	9	12
4	25	7	16
5	24	5	14

Вариант 4

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	34	38	28
2	36	30	24
3	26	34	22
4	25	36	20
5	30	38	23

Вариант 5

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	48	40	34
2	38	42	38
3	30	37	44
4	40	33	41
5	36	39	45

Вариант 6

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	12	10	20
2	16	8	26
3	15	7	28
4	17	5	24
5	14	9	27

Вариант 7

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	44	40	38
2	45	36	28
3	48	32	30
4	45	35	32
5	40	30	26

Вариант 8

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	16	18	26
2	12	20	15
3	10	22	28
4	11	25	30
5	10	24	26

Вариант 9

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	9	4	12
2	11	6	18
3	10	5	24
4	12	6	20
5	9	5	23

Вариант 10

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	54	32	16
2	50	46	36
3	43	28	30
4	47	37	25
5	36	28	17

Вариант 11

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	28	36	12
2	24	34	10

Вариант 12

3	26	30	14
4	27	29	18
5	25	31	20

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	26	34	68
2	45	30	46
3	44	46	28
4	27	17	34
5	42	36	30

Вариант 13

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	18	24	36
2	28	36	12
3	12	28	22
4	14	40	45
5	32	16	40

Вариант 14

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	47	56	64
2	46	55	60
3	45	54	58
4	41	50	62
5	43	52	61

Вариант 15

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	16	28	46
2	20	12	43
3	31	40	24
4	56	24	14
5	22	34	6

Вариант 16

Номер измерения	**$Ф_1$**	**$Ф_2$**	**$Ф_3$**
1	8	18	34
2	12	23	36
3	11	22	32
4	10	20	30
5	14	21	33

Вариант 17

Вариант 18

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	21	35	69
2	45	30	54
3	18	38	40
4	16	18	12
5	40	34	36

Номер измерения	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	12	34	18
2	10	32	21
3	11	30	22
4	10	33	20
5	16	31	28

Лабораторная работа 4

Дана таблица недельного дохода (X) и недельного потребления (У) для 10 домохозяйств. Необходимо:

а) оценить коэффициенты линейной регрессии по МНК;

б) вычислить стандартную ошибку регрессии;

в) проверить статистическую значимость коэффициентов при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$;

г) рассчитать 95% -е доверительные интервалы для теоретических коэффициентов регрессии;

д) рассчитать коэффициент детерминации для построенного уравнения регрессии регрессии.

Вариант 1

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	75	90	100	110	120	130	150	140	180

Вариант 2

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	65	70	95	110	120	125	140	160	160	210

Вариант 3

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	75	80	95	115	120	130	145	170	180	230

Вариант 4

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	85	85	100	120	130	135	145	190	210	220

Вариант 5

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	90	90	100	125	135	140	155	200	220	230

Вариант 6

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	90	100	120	125	140	150	165	200	220	230

Вариант 7

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	80	90	100	110	120	120	150	140	180

Вариант 8

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	70	95	110	120	125	140	160	160	210

Вариант 9

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	75	80	95	110	120	130	145	170	180	230

Вариант 10

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	80	85	100	120	130	135	145	190	210	220

Вариант 11

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	65	70	95	100	110	120	130	150	140	180

Вариант 12

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	70	85	110	120	125	140	160	180	210

Вариант 13

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	75	80	95	115	125	130	145	160	180	230

Вариант 14

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	80	85	100	120	130	135	145	180	210	220

Вариант 15

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	80	90	100	125	130	140	155	200	210	230

Вариант 16

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	95	100	120	125	145	150	165	200	220	230

Вариант 17

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	60	70	90	100	110	120	120	150	140	190

Вариант 18

X	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
У	65	70	95	110	120	125	140	165	160	230