

## Дисциплина: **Дифференциальные и интегральные уравнения**

### **Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе**

Современный математик-программист должен в достаточной степени владеть как классическими, так и современными методами исследования. Он должен успешно использовать математические методы и уметь правильно обращаться с математическим аппаратом, знать границы допустимого использования рассматриваемой математической модели. Уровень приобретенной математической культуры по математике должен обеспечить как умение разбираться в современных математических методах, так и самостоятельно продолжить свое математическое образование.

### **Цели изучения дисциплины:**

- ознакомить студентов с методами решения дифференциальных уравнений, составляющих основу математических моделей различных теоретических и практических инженерно-экономических задач;
- научить самостоятельно изучать учебную и научную литературу по дифференциальным уравнениям;
- повысить общий уровень математической культуры;
- выработать навыки математического исследования прикладных вопросов

### **Задачи изучения дисциплины:**

Задачами изучения дисциплины является обучение студентов работе с основными математическими моделями. Современный математик-программист должен уметь самостоятельно построить математическую модель рассматриваемой проблемы (или процесса). Владеть математическим аппаратом для решения дифференциальных уравнений с привлечением ЭВМ. Знания, приобретенные при изучении курса, должны помочь специалистам в математическом моделировании и анализе экономических явлений.

### **В процессе изучения дисциплины студенты должны:**

Иметь представление об основных типах дифференциальных уравнений и методах их решения и исследования. Знать методы интегрирования и исследования дифференциальных уравнений первого порядка и их систем, уравнений, допускающих понижение порядка, методы решения линейных дифференциальных уравнений, решения систем дифференциальных уравнений, методы решения и исследования задач для основных уравнений математической физики.

### **Содержание курса:**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения.**

Поле направлений. Изоклины. Общее решение. Интегральные кривые. Интегрируемость в квадратурах. Задача Коши.

**Тема 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.** Неполные уравнения. Нахождение общего и частного решения дифференциальных уравнений 1–го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородное уравнение относительно переменных. Простейшее уравнение, приводящееся к однородному. Линейное уравнение. Метод вариации произвольной постоянной (Метод Лагранжа). Уравнение Бернулли. Уравнение Дарбу. Уравнение Якоби. Уравнение Риккати. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

#### **Тема 3. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.**

Неполные уравнения. Уравнение, содержащее только производную. Уравнение, не содержащее искомой функции. Уравнение, не содержащее независимой переменной. Обобщенное однородное уравнение. Общий метод введения параметра. Общий случай. Случай, когда уравнение разрешимо относительно искомой функции. Случай, когда уравнение разрешимо относительно независимой переменной. Уравнение Ланранжа. Уравнение Клеро.

**Тема 4. Простейшие уравнения высших порядков. Общие понятия.** Уравнения, допускающие понижение порядка. Уравнение, содержащее только старшую производную и независимую переменную. Уравнение, не содержащее искомой функции. Уравнение, не содержащее независимой переменной.

**Тема 5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Общие вопросы.** Понижение порядка системы при помощи первых интегралов.

**Тема 6. Теоремы существования.** Теорема Коши.

**Тема 7. Общая теория линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.** Однородное линейное уравнение  $n$ -го порядка. Определитель Вронского. Формула Остроградского-Лиувилля. Фундаментальная система решений. Построение общего решения. Неоднородные линейные уравнения.

**Тема 8. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.** Однородное линейное уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородное уравнение. Метод вариации произвольных постоянных. Неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Нахождение частного решения неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов. Краевые задачи для линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.

**Тема 9. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.** Метод вариации произвольной системы. Метод исключения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).

**Тема 10. Понятие об уравнениях с частными производными первого порядка.** Однородное линейное уравнение. Связь характеристик с решениями. Построение общего решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши. Неоднородное линейное уравнение. Построение общего решения.

## Литература

### Основная

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. 1, 2, 3. М.: Наука, 1969.
2. Бугров Я.С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1980.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, т. 1,2, М.: Наука, 1978.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М.: Наука, 1969.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, любое издание.
6. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (в 3-х частях) под ред. Рябушко А.П., Минск: Высшая школа, 1991.

### Дополнительная

7. Ильин В.А., Садовничий В.А. Математический анализ. т. 1, 2. МГУ, 1985-87.
8. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
9. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 1,2. М.: Высшая школа, 1981.