



Қазақстан Республикасының білім және ғылым министрлігі
С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті
Жалпы және теориялық физика кафедрасы

ӘДІСТЕМЕЛІК НҰСҚАУЛЫҚ

«Толқындық процестер» пәні
050604-«Физика» мамандығының студенттеріне арналған



БЕКІТЕМІН

ОІ жөніндегі проректор
_____ Н.Э. Пфейфер
200_ ж «__» _____

Құрастырушы: ф.-м.ғ.қ., доцент _____ Испулов Н.А.

Жалпы және теориялық физика кафедрасы

Тәжірибелік сабақтарға арналған
Әдістемелік нұсқаулар
Толқындық процестер пәні бойынша

050604 «Физика» мамандығының студенттеріне арналған

200 ж. «__» _____ кафедра отырысында ұсынылған
Хаттама № _____ .

Кафедра меңгерушісі _____ Ш.К. Биболов

Физика, математика және ақпараттық технологиялар
факультетінің әдістемелік кеңесімен құпталған 200_ ж.
«__» _____ хаттама № _____

ӘК төрағасы _____ А.Т. Кишубаева

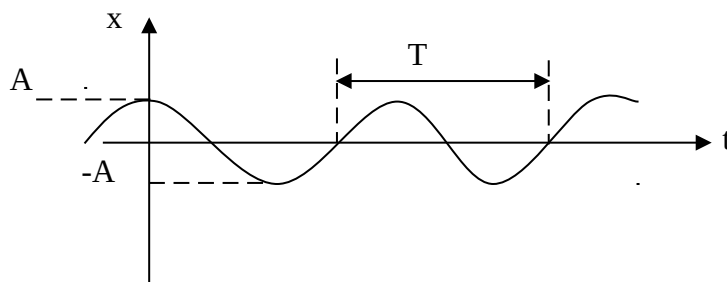
ЖЖӘҚБ ҚҰПТАЛҒАН

ЖЖӘҚБ бастығы _____ А.А. Варакута 200_ ж. «__» _____

Университеттің оқу-әдістемелік кеңесімен құпталған «__» _____
2009 ж, № _____ хаттама

1 Толқындық процестер

1.1 Негізгі заңдар



Гармониялық тербелістің теңдеуі

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

мұндағы x - тербелген нүктенің орнықты күйінен ауытқуы; t - уақыт; A, ω, φ - тербелістің амплитудасы, циклдік жиілігі, φ_0 - бастапқы фазасы; $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ - t уақыт мезетіндегі тербеліс фазасы.

Тербелістің циклдік жиілігі

$$\omega = 2\pi\nu$$

немесе

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

мұнда ν және T - тербелістің жиілігі мен периоды.

Гармониялық тербеліс жасайтын нүктенің жылдамдығы

$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

Гармониялық тербеліс жасайтын нүктенің үдеуі

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Жиіліктері бірдей, тербеліс бағыттары бірдей екі тербелістің қорытқы тербелісінің амплитудасы A мына формуламен анықталады

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

мұнда A_1 және A_2 - тербеліс құраушыларының амплитудасы; φ_1 және φ_2 - олардың бастапқы фазалары.

Гармониялық тербелістің дифференциалдық теңдеуі

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{немесе} \quad \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

мұнда m - дененің массасы; k - квазисерпімді күштің коэффициенті ($k = m\omega^2$).

Гармониялық тербелістер жасайтын материалдық нүктенің толық энергиясы

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Серіппеге ілінген дененің тербеліс периоды (серіппелі маятник)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

мұнда m - дененің массасы; k - серіппенің қатаңдығы.

Математикалық маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

мұнда l – маятник ұзындығы; g – еркін түсу үдеуі.

Физикалық маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}$$

мұнда J – тербеліс осіне қатысты дененің инерция моменті; a – маятниктің массалар центрінен тербеліс осіне дейінгі

арақашықтық; $L = \frac{J}{ma}$ – физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы.

Өшетін тербелістің дифференциалдық теңдеуі

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{немесе} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

мұнда r – кедергі коэффициенті; δ – өшу коэффициенті ($\delta = \frac{r}{2m}$);

– ω_0 тербелістің меншікті циклдік жиілігі ($\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$)

Өшетін тербелістің теңдеуі

$$x = A(t) \cos(\omega t + \varphi)$$

мұнда $A(t)$ – өшетін тербелістің t уақыт мезетіндегі амплитудасы;

Өшетін тербелістің амплитудасының уақыттан тәуелділігі

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t}$$

мұнда A_0 – тербелістің бастапқы амплитудасы.

Өшетін тербелістің жиілігі ω

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

мұнда ω_0 – жүйенің меншікті жиілігі.

Мәжбүрленген (еріксіз) тербелістің дифференциалдық теңдеуі

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t \quad \text{немесе} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

мұнда $F_0 \cos \omega t$ – тербелетін денеге әсер ететін сыртқы

периодтық күш; F_0 – оның амплитудалық мәні: $f_0 = \frac{F_0}{m}$.

Жазық толқынның теңдеуі

$$S(x, t) = A \cos \omega \left[t - \frac{x}{v} \right] \quad \text{немесе} \quad S(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

мұндағы $S(x, t)$ – координатасы x ортаның нүктелерінің t уақыт мезетіндегі ығысуы; ω – циклдік жиілігі; v – толқынның ортада таралу жылдамдығы (фазалық жылдамдық); k – толқындық сан ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ – толқын ұзындығы).

Толқынның ұзындығы, тербеліс периоды T және жиілігі ν арасындағы байланысы

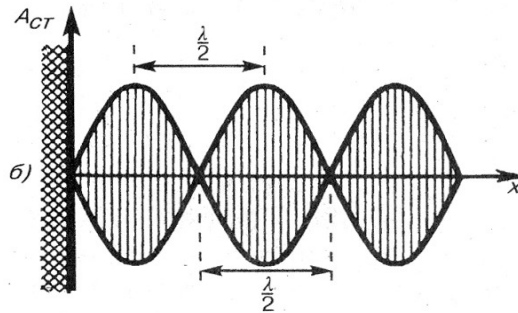
$$\lambda = vT \quad \text{және} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}$$

Ортаның екі нүкте тербелістерінің фазалар айырымы және нүктелердің арақашықтығы Δx (жол айырымы) арасындағы байланыс

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

Тұрғын толқынның теңдеуі

$$S(x, t) = A \cos \omega \frac{x}{v} \cos \omega t \quad \text{немесе} \quad S(x, t) = A \cos kx \cos \omega t$$



Шоқтар және түйіндер координаттары

$$x_{ш} = \pm m \frac{\lambda}{2}; \quad x_T = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Серпімді ортадағы қума толқындардың фазалық жылдамдығы

а) қатты денелерде

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

мұнда E - Юнг модулі; ρ - заттың тығыздығы.

б) газдарда

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \text{немесе} \quad v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

мұнда γ - адиабата көрсеткіші ($\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ - қысым және көлем

тұрақты болғандағы меншікті жылу сыйымдылықтарының қатынасы); R - мольдік газ тұрақтысы, $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$; T - термодинамикалық температура; M - мольдік масса; P - газдың қысымы.

Томсон формуласы. Тербелмелі контурдағы тербелістің меншікті периоды

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

мұнда L - контурдың индуктивтігі; C - оның сыйымдылығы.

Электромагниттік толқын ұзындығы тербеліс периоды және жиілігі арасындағы байланыс

$$\lambda = cT \quad \text{немесе} \quad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

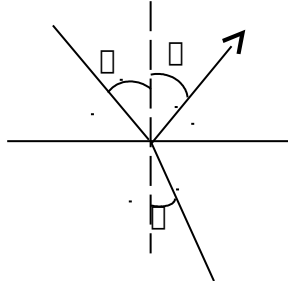
c - электромагниттік толқындардың вакуумдағы жылдамдығы $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$)

Электромагниттік толқынның таралу жылдамдығы

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}$$

мұнда ε – ортаның диэлектрлік өтімділік; μ – ортаның магнит өтімділігі; ε_0 , μ_0 – электр және магнит тұрақтылары.

Геометриялық оптика заңдары:



1 Біртекті ортада жарық түзу сызық бойымен таралады.
2 Шағылу заңы $\alpha = \gamma$

3 Жарықтың сыну заңы $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}$

мұнда i_1 – түсу бұрышы; i_2 – сыну бұрышы; $n_{21} = \frac{n_1}{n_2}$ – екінші ортаның бірінші ортаға қатысты салыстырмалы сыну көрсеткіші; n_1 – және n_2 – бірінші және екінші ортаның абсолют сыну көрсеткіштері (оптикалық тығыздықтары).

Жарықтың ортадағы жылдамдығы

$$v = \frac{c}{n}$$

c – вакуумдағы жарық жылдамдығы; n – ортаның абсолют сыну көрсеткіші.

Жарық толқынының оптикалық жол ұзындығы

$$L = nl$$

мұнда l – жарық толқынының сыну көрсеткіші n болатын ортадағы геометриялық жол ұзындығы.

Екі жарық толқындарының оптикалық жол айырымы

$$\Delta = L_2 - L_1 = n(l_2 - l_1)$$

Тербеліс фазасының айырымы және жарық толқынының оптикалық жол айырымы арасындағы байланыс

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

Интерференциялық максимум шарты

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Интерференциялық минимум шарты

$$\Delta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Жарық нормаль түскендегі бір саңылаудағы дифракция.
Жарық интенсивтігінің минимум шарты

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

мұндағы a - саңылаудың ені; φ - дифракция бұрышы; k - минимум номері; λ - толқын ұзындығы.

Френель дифракциясы. Жазықтық саңылаудан өткен жарық интенсивтігінің максимум шарты

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

мұнда φ - дифракция бұрышының мәні, a - саңылаудың ені.

Дифракциялық тордан өткен жарық максимумдарының шарты

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda; \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

мұндағы d - тордың периоды (тұрақтысы); k - негізгі максимумның реті (номері); φ - тордың бетіне түсірілген нормаль және дифракцияланған толқынның бағыты арасындағы бұрыш.

Дифракциялық тордың жіктеу қабілеті

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

мұнда $\Delta\lambda$ - екі көршілес спектрлік сызықтардың толқын ұзындықтарының ең кем айырымы (λ және $\lambda + \Delta\lambda$); N - тор штрихтерінің саны; k - дифракциялық максимумдарының реттік номері.

Вульф - Брэгг формуласы

$$2d \sin \vartheta = k\lambda$$

мұнда d - кристалдағы атомдық жазықтықтар арасындағы арақашықтық; ϑ - сырғанау бұрышы (кристаллға параллель түсетін рентген сәулелерінің шоғының бағыты мен кристалл қырының арасындағы бұрыш).

Брюстер заңы

$$\operatorname{tgi}_B = n_{21},$$

мұнда i_B - шағылған жарық толқыны толық үйектелген кездегі түсу бұрышы; n_{21} - салыстырмалы сыну интенсивтілігі өрсеткіші.

Малюс заңы

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

мұндағы I - анализатордан өткен жазық үйектелген жарықтың интенсивтігі; I_0 - анализаторға түсетін жазық үйектелген жарықтың интенсивтігі; α - анализаторға түскен және анализатордан өткен жарық векторлары арасындағы бұрыш.

Жарықтың үйектелу дәрежесі

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

мұндағы I_{\max} және I_{\min} - анализатор арқылы өткен жартылай үйектелген жарықтың максималды және минималды интенсивтіктері

1.2 Есептерді шығару мысалдары

1 мысал. Нүкте жиілігі $\omega = 10$ Гц гармоникалық тербеліс жасайды. Бастапқы кезде нүктенің максимал ығысуы $x_{\max} = 1$ мм болды. Нүктенің тербеліс теңдеуін жазып, графигін сызыңыз.

Шешуі. Нүктенің тербеліс теңдеуін келесі түрде жазуға болады

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1)$$

(1)

немесе

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_2)$$

(2)

мұндағы A - тербеліс амплитудасы; ω - циклдік жиілік; t - уақыт; φ_1 және φ_2 - (1) немесе (2) жазу формаларына сәйкес келетін бастапқы фазалар.

Тербеліс амплитудасы анықтама бойынша мынаған тең

$$A = x_{\max} \quad (3)$$

Циклдік ω жиілік пен ω жиілік келесідей байланыста

$$\omega = 2\pi \nu$$

(4)

Тербелістің бастапқы фазасы жазу формасына тәуелді. Егер (1) форманы қолдансақ, онда бастапқы фазаны $t = 0$ кезіндегі шартынан анықтауға болады

$$x_{\max} = A \sin \varphi_1,$$

осыдан

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{x_{\max}}{A} = \arcsin 1,$$

немесе

$$\varphi_1 = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Тербеліс фазасының 2π -ге өзгеруі тербелмелі қозғалыстың күйін өзгертпейді, сондықтан

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

(5)

Келесі формадағы жазу жағдайында

$$\varphi_2 = \arccos \frac{x_{\max}}{A} = \arccos 1$$

аламыз, немесе

$$\varphi_2 = 2\pi k (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

бірінші жағдайдағы сияқты келесіні анықтаймыз

$$\varphi_2 = 0 \quad (6)$$

(3) – (6) теңдеулерін ескерсек, тербеліс теңдеулері келесі түрге ие болады

$$x = x_{\max} \sin(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$$

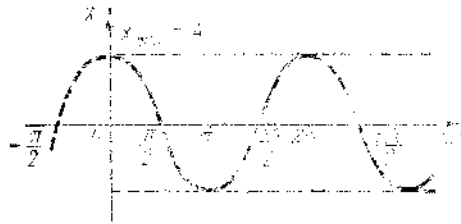
немесе

$$x = x_{\max} \cos 2\pi\nu t,$$

мұндағы $x_{\max} = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$; $\nu = 10 \text{ Гц}$.

1 сурет

Осы тербелістің келтірілген.



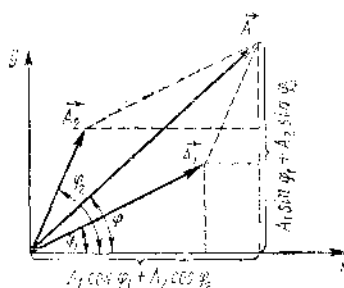
(3) формулаларға мәндерін қойып, есептеулер жүргізгеннен кейін

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \text{ с}^{-1} = 3,14 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{6} \text{ рад} = 30^\circ,$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{3} \text{ рад} = 60^\circ.$$

2-суретте A_1 және A_2 векторларын сызамыз. Ол үшін $A_1 = 3$ см және $A_2 = 2$ см кесінділерін x өсіне $\varphi_1 = 30^\circ$ және $\varphi_2 = 60^\circ$ бұрыштарымен жүргіземіз. Қорытқы тербеліс беттесетін тербелістердің A_1 және A_2 амплитудаларының геометриялық қосындысына тең A амплитудамен және φ жиілікпен өтеді



2 сурет.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$$

Косинустар теоремасы бойынша

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (4)$$

Қорытқы тербелістің бастапқы фазасын векторлық диаграммадан да тікелей анықтауға болады

$$\varphi = \text{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

(5)

(4) және (5) формулаларға мәндерін қойып, есептеулер жүргізгеннен кейін

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos(60^\circ - 30^\circ)} \text{ см} = 4,84 \text{ см.}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{3 \sin 30^\circ + 2 \sin 60^\circ}{3 \cos 30^\circ + 2 \cos 60^\circ} = \text{arctg} 0,898 = 42^\circ,$$

немесе $\varphi = 0,735$ рад.

Қорытқы тербеліс гармоникалық және жиілігі беттесетін тербелістердің жиілігіне тең болғандықтан, оны мына түрде жазуға болады

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

мұндағы $A = 4,84$ см; $\omega = 3,14 \text{ с}^{-1}$; $\varphi = 0,735$ рад.

3 мысал. Жазық толқын түзу бойымен $v = 20$ м/с жылдамдықпен таралады. Осы түзуде, толқын көзінен $x_1 = 12$ м және $x_2 = 15$ м орналасқан екі нүкте тербеледі. Олардың фазалар айырмасы $\Delta\varphi = 0,75 \varphi$ тең. Толқын ұзындығын λ табыңыз, толқын теңдеуін жазыңыз және $t = 1,2$ с уақыт

мезетіндегі көрсетілген нүктелердің, егер тербелістердің амплитудалары

$A = 0,1$ м болса, ығысуын анықтаңыз.

Шешуі. Δx толқын ұзындығына тең қашықтықта орналасқан нүктелер тербелістерінің фазалар айырмасы 2π -ге тең, ал бір-бірінен кезкелген Δx қашықтықта орналасқан нүктелер тербелісінің фазалар айырымы

$$\Delta\varphi = (\Delta x / \lambda) 2\pi = ((x_2 - x_1) / \lambda) 2\pi.$$

Осы теңдікті $\Delta\varphi$ -ға қатысты шеше отырып келесіні анықтаймыз

$$\Delta x = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} (x_2 - x_1).$$

Осы теңдеуге енетін шамалардың сандық мәндерін қойып, есептегеннен кейін келесіні аламыз

$$\Delta x = \frac{2\pi}{0,75\pi} (15 - 12) \text{ м} = 8 \text{ м}.$$

Жазық толқынның теңдеуін жазу үшін, ω циклдік жиілікті анықтау қажет. $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T - тербеліс периоды) және $T = \frac{\lambda}{v}$ болғандықтан

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}.$$

Есептеулерді жүргізгеннен кейін

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} \text{ с}^{-1} = 2\pi \text{ с}^{-1}.$$

Тербелістің A амплитудасын, ω циклдік жиілігін және v толқынның таралу жылдамдығын біле отырып, осы жағдай үшін жазық толқынның теңдеуін жазуға болады

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

мұндағы $A = 0,1$ м; $\omega = 2\pi \text{ с}^{-1}$; $v = 20$ м/с.

Көрсетілген нүктелердің y ығысуын анықтау үшін осы өрнекке t мен x -тің мәндерін қою жеткілікті

$$y_1 = 0,1 \cos 5\pi \left[1,2 - \frac{12}{20} \right] \text{ м} = 0,1 \cos 3\pi \text{ м} = -0,1 \text{ м};$$

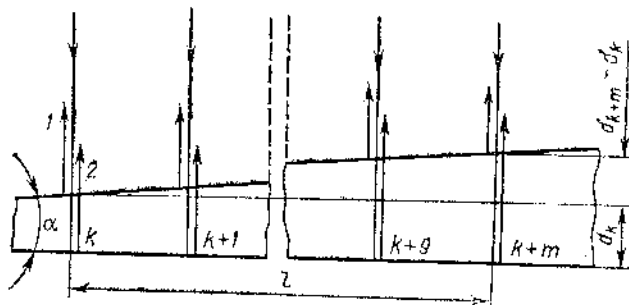
$$y_2 = 0,1 \cos 5\pi \left[1,2 - \frac{15}{20} \right] \text{ м} = 0,1 \cos 2,25\pi \text{ м} = 0,071 \text{ м} = 7,1 \text{ см}.$$

4 мысал. Бұрышы аз шыны сынаға, оның қырларына перпендикуляр, толқын ұзындығы $\lambda = 0,6$ мкм параллель монохромат жарық сәулелер шоғы түседі. Осы кезде см-ге келетін пайда болған интерференциялық жолақтар саны m 10-ға тең. Синаның α бұрышын анықтаңыз.

Шешуі. Синаның қырларына перпендикуляр түскен сәулелер жоғарғы және төменгі қырларынан шығылады. Бұл сәулелер когерентті. Сондықтан синаның беттерінде интерференциялық жолақтар байқалады. Синаның бұрышы аз

болғандықтан 1 және 2 шағылған сәулелер параллель болады (3 сурет).

Күңгірт жолақтар, сәулелердің жол айырымы жарты толқын ұзындығының жартысына тақ санына тең сынаның бөліктерінде көрінеді



3 сурет

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

(1)

Екі сәуленің Δ жол айырымы, осы сәулелердің оптикалық жол айырымдарынан $2d \cos i_2$ және $\frac{\lambda}{2}$ толқын ұзындығының жартысынан құралады. $\frac{\lambda}{2}$ шамасы 1 сәуленің оптикалық тығыз ортадан шағылған кезде пайда болтын қосымша жол айырымын көрсетеді. (1) формулаға Δ жол айырымының мәнін қойып, келесіні аламыз

$$2d_k n \cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

(2)

мұндағы n - шынының сыну көрсеткіші ($n=1,5$); d_k - сынаның k номеріне сәйкес келетін күңгірт жолағы байқалған бөліктерінің қалыңдығы; i_2 - сыну бұрышы.

Түсу бұрышы нольге тең, ендеше сыну бұрышы да нольге тең болады, ал $\cos i_2 = 1$. (2) теңдіктің оң жағында жақшаны ашып, ықшамдағаннан кейін

$$2d_k n = k\lambda$$

(3)

k -ші номерлі күңгірт жолаққа сынаның d_k қалыңдығы, ал $k+m$ -ші номерліге - d_{k+m} қалыңдығы сәйкес келсін. Онда 3 суреттен l қашықтықта m жолақ орналасатынын ескерсек

$$\sin \alpha = \frac{d_{k+m} - d_k}{l}$$

(4)

(3) өрнектен d_k мен d_{k+m} -ны анықтайық және оларды (4) өрнекке қоямыз. Осыдан кейін, α аз бұрыш екенін ескерсек $\sin \alpha \approx \alpha$, келесіні аламыз

$$\alpha = \frac{\frac{k+m}{2n}\lambda - \frac{k}{2n}\lambda}{l} = \frac{m\lambda}{2nl}$$

Физикалық шамалардың сан мәндерін қойып, есептегеннен кейін

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

α -ны градуспен көрсетейік. Ол үшін радиан мен секунд арасындағы қатысты қолдануға болады: $1 \text{ рад} = 206 \text{ } 265'' \approx 2,06 \cdot 10^5''$ яғни

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^5'' = 41,2''.$$

5 мысал. Дифракциялық тордың бетіне перпендикуляр бағытта монохромат жарық түседі. Тордың периоды $d=2$ мкм. Бұл тор қызыл ($\lambda_1=0,7$ мкм) және күлгін ($\lambda_2=0,41$ мкм) жарықтары үшін ең жоғары дифракциялық максимум нешінші ретті болады?

Шешуі. Дифракциялық тордың белгілі формуласының негізінде дифракциялық максимум ретінің өрнегін жазамыз

$$m = \frac{d \sin \varphi}{\lambda},$$

(1)

мұндағы d – тор периоды; φ – дифракциялық максимум және торға түсірілген перпендикулярдың арасындағы бұрыш; λ – монохромат жарықтың толқын ұзындығы. $\sin \varphi$ 1-ден үлкен бола алмайтындықтан, бұл (1) формуладан шығады, m саны d/λ -дан үлкен бола алмайды, яғни

$$m \leq d/\lambda$$

(2)

(2) формулаға мәндерін қойып, келесіні аламыз

$$\text{қызыл сәулелер үшін} \quad m \leq 2/0,7 = 2,86;$$

$$\text{күлгін сәулелер үшін} \quad m \leq 2/0,41 = 4,88.$$

Егер максимумдар реті бүтін сан екенін ескерсек, онда қызыл түс үшін $m_{\max} = 2$ және күлгін түс үшін $m_{\max} = 4$ болады.

6 мысал. Экранға екі S_1 және S_2 когерент жарық көздерінен сәулелер ($\lambda=0,8$ мкм) түседі. Экранда интерференциялық бейне бақыланады. Сәулелердің біреуінің жолына перпендикуляр сабын қабықшасын ($n=1,33$) орналастырған кезде интерференциялық бейне қарама-қарсы жаққа өзгерді. Қабықшаның қандай ең минимал d_{\min} қалыңдығында бұл жағдай орындалады?

Шешуі. Интерференциялық бейненің қарама-қарсы жаққа өзгеруі экранның интерференциялық максимум орналасқан бөліктерінде енді интерференциялық минимумдар орналасатынын білдіреді. Интерференциялық бейненің осындай ығысуы сәулелердің оптикалық жол айырымдарының тақ санға өзгеруі кезінде мүмкін болады, яғни

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

(1)

мұндағы Δ_1 — қабықша болмаған жағдайдағы сәулелердің оптикалық жол айырымы; Δ_2 — қабықша орнатылған жағдайдағы сәулелердің оптикалық жол айырымы; $k=0, 1, 2, \dots$ қабықшаның жұқа бөлігіне d_{\min} $k=0$ сәйкес келеді. Осы кезде (1) мына түрге ие болады

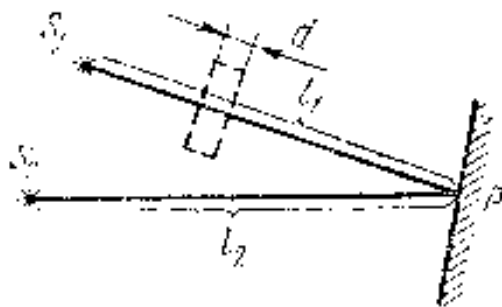
$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$$

(2)

Δ_1 және Δ_2 оптикалық жол айырымын өрнектейік. 4-суреттен

$$\Delta_1 = l_1 - l_2$$

(3)



4 сурет.

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1) \quad (4)$$

Δ_1 және Δ_2 өрнегін (2)-формулаға қоямыз

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1) - (l_1 - l_2) = \frac{\lambda}{2}$$

(5)

немесе

$$d_{\min}(n - 1) = \frac{\lambda}{2},$$

осыдан

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n - 1)}$$

мәндерін қойып, келесіні табамыз

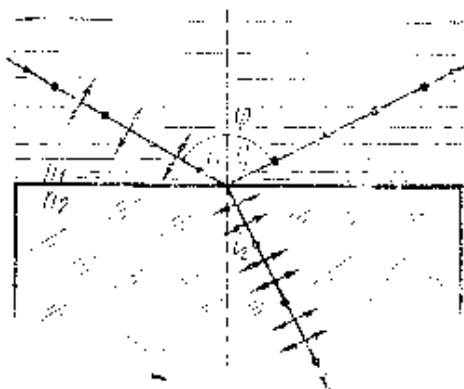
$$d_{\min} = \frac{0,8}{2(1,33 - 1)} \text{ мкм} = 1,21 \text{ мкм}.$$

7 мысал. Табиғи жарық сәулесі сұйыққа батырылған шыны пластина бетіне түседі. Пластинадан шағылған сәуле түскен сәулемен $\varphi=97^\circ$ бұрыш жасайды (5сурет). Егер шағылған сәуле максимал поляризацияланған болса, сұйықтың сыну көрсеткішін n_1 анықтаңыз.

Шешуі. Брюстер заңы бойынша диэлектриктен шағылған жарық сәулесі, түсу бұрышының тангенсі салыстырмалы сыну көрсеткішіне сан жағынан тең болған жағдайда максимал поляризацияланған болады: $\text{tgi}_1 = n_{21}$, мұндағы n_{21} — екінші

ортаның (шыны) бірінші ортаға (сұйық) қатысты сыну көрсеткіші.

Салыстырмалы сыну көрсеткіші абсолют сыну көрсеткіштерінің қатынасына тең. Ендеше



5 сурет

$$\operatorname{tgi}_1 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Түсу бұрышы шағылу бұрышына тең болғандықтан

$$i_2 = \frac{\varphi}{2} \text{ және, } \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}$$

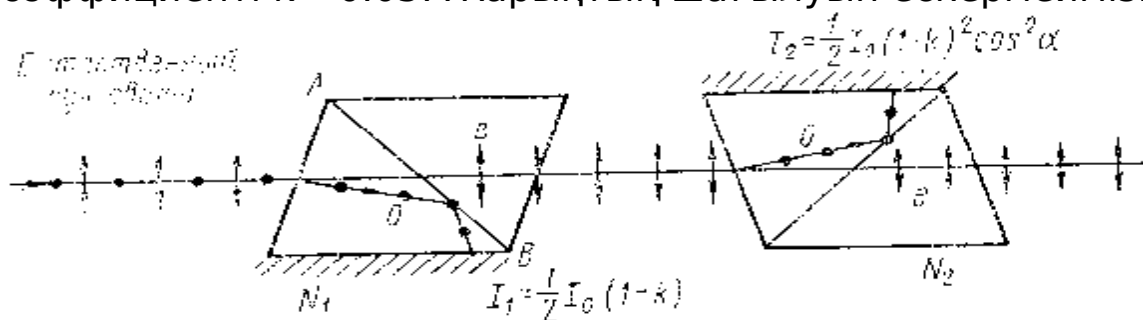
болады. Осыдан

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \varphi / 2}$$

мәндерін қойып келесіні анықтаймыз

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33$$

8 мысал. Екі N_1 және N_2 николь олардың жазықтықтарының арасындағы бұрыш $\alpha=60^\circ$. болатындай орналастырылған. Табиғи жарықтың интенсивтілігі I_0 неше есе кемитіндігін анықтаңыз: 1) N_1 бір никольдан өткен кезде; 2) екі никольдан өткен кезде. Никольда жарықтың жұтылу коэффициенті $k = 0.05$. Жарықтың шағылуын ескермейміз.



6 сурет.

Шешуі. 1. Табиғи жарық Николь призмасының қырына түсіп (6 сурет), қоссындырудың салдарынан екі сәулеге жіктеледі: қалыпты және қалыпты емес. Екі сәуле де

интенсивтілік жағынан тең, және толығымен поляризацияланған. Қалыпты емес сәуленің тербелу жазықтығы сызба жазықтығында орналасқан (басты қима жазықтығы). Қалыпты сәуленің тербелу жазықтығы сызба жазықтығына перпендикуляр орналасқан. Қалыпты сәуле ОАВ шекарасынан толық ішкі шағылып, призманың күңгірт бетіне көшеді де онымен жұтылады. Қалыпты емес сәуле е өзінің интенсивтілігін кемітіп призма арқылы өтеді. Осылайша, бірінші призмадан өткен жарық интенсивтілігі

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$$

Жарықтың салыстырмалы интенсивтілігінің кемуін, бірінші никольға түскен табиғи жарықтың интенсивтілігінің I_0 поляризацияланған жарықтың интенсивтілігіне I_1 қатынасынан анықтаймыз

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k}$$

(1)

(1) өрнекке мәндерін қойсақ, келесі шығады

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - 0,05} = 2,1$$

осылайша интенсивтілік 2,1 есе кемиді.

Шешуі.2. Жазық поляризацияланған интенсивтілігі I_1 жарық сәулесі N_2 екінші Никольға түседі және интенсивтіліктері тең емес екі сәулеге жіктеледі: қалыпты және қалыпты емес. Қалыпты сәуле призмамен толық жұтылады, сондықтан оның интенсивтілігін қарастырмаймыз. N_2 призмадан шыққан қалыпты емес сәуленің интенсивтілігі I_2 Малюс заңымен анықталады (екінші никольда жарықтың жұтылуын ескермегенде)

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$$

мұндағы α — поляризацияланған сәуледегі тербеліс жазықтығы мен N_2 никольдің өткізу бұрышының арасындағы бұрыш.

Екінші никольда жұтылудан интенсивтіліктің жоғалуын ескере отырып, келесіні анықтаймыз

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha$$

Жарықтың екі никольдан өткен кездегі интенсивтілігінің кемуін табиғи жарықтың интенсивтілігін I_0 екі никольдан өткен жарықтың интенсивтілігіне I_2 қатынасынан анықтаймыз

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha}$$

I_0/I_1 қатынасын (1) формуладағы өрнегімен алмастырсақ

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}$$

Мәндерін қойып, есептеулер

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86$$

Осылайша, жарықтың екі никольдан өткеннен кейін оның интенсивтілігі 8,86 есе кемиді.

1.3. 5 - Кесте Бақылау жұмыстарының нұсқалары

Нұсқа	Есептерінің номерлері				
1	501	520	529	538	547
2	502	511	530	539	548
3	503	512	521	540	549
4	504	513	522	531	550
5	505	514	523	532	541
6	506	515	524	533	542
7	507	516	525	534	543
8	508	517	526	535	544
9	509	518	527	536	545
10	510	519	528	537	546
11	501	511	522	533	544
12	502	520	521	532	543
13	503	519	530	531	542
14	504	518	529	540	541
15	505	517	528	539	550
16	506	516	527	538	549
17	507	515	526	537	548
18	508	514	525	536	547
19	509	513	524	535	546
20	510	512	523	534	545

1.4 Бақылау жұмыстары

Гармоникалық тербелістер

501. Массасы 7,1 г материалдық нүкте амплитудасы 2 см, жиілігі 5 Гц гармоникалық тербелістерді жасайды. Тербелістің максималды қайтару күші мен толық энергиясын анықтаңыз.

502. Гармоникалық тербеліс жасайтын материалдық нүктенің жылдамдығының амплитудасы 8 см/с, ал үдеуінің амплитудасы 16 см/с². Тербелістердің амплитудасы мен циклдық жиілігін анықтаңыз.

503. Массасы 200 г жүктің әсерінен серіппе 6,2 см-ге созылады. Жүкке 0,02 Дж кинетикалық энергия берілгеннен соң серіппе гармоникалық тербеліс жасайтын болды. Тербелістің жиілігі мен амплитудасын анықтаңыз.

504. Математикалық маятниктің тербеліс периоды 10 с. Бұл математикалық маятниктің ұзындығы басқа екі математикалық маятниктердің ұзындықтарының қосындысына тең. Бірінші маятниктің тербеліс жиілігі 1/6 Гц болса, екінші маятниктің тербеліс периодын анықтаңыз.

505. Физикалық маятник - бір ұшынан ілінген біртекті жіңішке стержень. Стерженнің ұзындығы қандай болғанда маятниктің тербеліс периоды 1 с болады?

506. Тербелмелі контурдағы конденсатор астарларының кернеуі

$U = 10 \cos 10^4 t$ В заңы бойынша өзгереді. Конденсатордың сыйымдылығы 10 мкФ. Контурдың индуктивтілігі мен ондағы ток күшінің өзгерісін анықтаңыз.

507. Тербелмелі контурда ток күші $I = 0,1 \sin 10^3 t$ А заңы бойынша өзгереді. Контурдың индуктивтілігі 0,1 Гн. Конденсатордағы кернеу өзгерісінің заңын және конденсатордың сыйымдылығын анықтаңыз.

508. Тербелмелі контурдағы максимал ток күші 0,2 А, ал конденсатордың астарларындағы максимал кернеу 40 В. Егер тербелістің периоды 15,7 мкс болса, тербелмелі контурдың энергиясын анықтаңыз.

509. Сыйымдылығы 0,4 мкФ конденсаторға 10 мкКл заряд беріліп, индуктивтілігі 1 мГн орамаға (катушкаға) тұйықталады. Орамадағы максимал ток күші неге тең?

510. Тербелмелі контурдағы максимал ток күші 0,1 А, ал конденсатордың астарларындағы максимал кернеу 200 В. Егер тербелістің энергиясы 0,2 мДж болса, тербелістің циклдық жиілігін анықтаңыз.

511. Амплитудалары $A_1=4$ см, $A_2=8$ см, фазалар айырмасы $\varphi=45^\circ$, периодтары тең бір бағытта гармоникалық тербелістер жасалады. Қорытынды тербелістің амплитудасын анықтаңыз.

512. Бір бағытта таралатын, фазалар айырмасы $\varphi=60^\circ$ және жиіліктері тең болатын екі гармоникалық тербелістерді қосу нәтижесінде алынған қорытынды тербелістің амплитудасы $A=6$ см. Егер $A_1=5$ см болса, екінші тербелістің A_2 амплитудасын анықтаңыз.

513. $x_1=3\cos 2\pi t$, см и $x_2=3\cos(2\pi t + \pi/4)$, см теңдеулермен сипатталатын бағыттары бірдей екі гармоникалық тербелістер қосылады. Қорытқы тербеліс үшін 1) амплитудасын; 2) бастапқы фазасын анықтаңыз; 3) теңдеуін жазыңыз.

514. Нүкте бір уақытта екі бірдей тербеліске қатысады: $x_1=A_1\sin \omega t$ және $x_2=A_2\cos \omega t$, мұндағы $A_1=5$ см, $A_2=6$ см, $\omega=\pi$ с⁻¹. Қорытынды тербелістің амплитудасы мен бастапқы фазасын анықтаңыз.

515. Бірдей бағытталған екі гармоникалық тербелісті қосу нәтижесінде алынатын қорытынды тербеліс $x=A\cos t\cos 45t$ теңдеумен сипатталады. Қосылған тербелістердің: 1) ω_1 және ω_2 циклдiк жиілігін; 2) T_c соғу периодын анықтаңыз.

516. Нүкте бір уақытта $x=3\cos \omega t$, см және $y=4\cos \omega t$, см теңдеулерімен сипатталатын өзара перпендикуляр бағытта таралатын гармоникалық тербеліске қатысады. Нүктенің траекториясының теңдеуін анықтап, ынғайлы масштабта салу керек.

517. Нүкте қатарынан $x=3\cos 2\omega t$, см және $y=4\cos(2\omega t + \pi)$, см теңдеулермен сипатталатын және өзара перпендикуляр бағытта болатын екі гармоникалық тербеліске қатысады. Нүктенің траекториясының теңдеуін анықтап, ынғайлы масштабта салу керек.

518. Нүкте қатарынан $x=A\sin(\omega t + \pi/2)$ және $y=A\sin \omega t$, теңдеулермен сипатталатын және өзара перпендикуляр бағытта болатын жиіліктері бірдей, екі гармоникалық тербелісте қатысады. Нүкте траекториясының теңдеуін анықтап, осы траектория бойынша қозғалысының бағытын көрсету және ынғайлы масштабта салу керек.

519. Нүкте қатарынан $x=2\cos 2\pi t$ және $y=\cos \pi t$ теңдеулермен сипатталатын және өзара перпендикуляр бағытта болатын екі гармоникалық тербелісте қатысады. Нүктенің траекториясының теңдеуін анықтап, ынғайлы масштабта салу керек.

520. Нүкте қатарынан $x=A\sin \omega t$ және $y=A\sin 2\omega t$, теңдеулермен сипатталатын және өзара перпендикуляр бағытта болатын екі гармоникалық тербелісте қатысады.

Нүктенің траекториясының теңдеуін анықтап, ынғайлы масштабта салу керек.

Мәжбүр және өшетін тербелістер

521. Маятник тербелісінің логарифмдік декременті $\Theta = 0,01$ -ге тең. Оның амплитудасы 3 рет кемуі үшін дейін маятник қанша толық тербеліс N жасайтынын анықтаңыз.

522. Өшетін тербеліс жасайтын - математикалық маятник амплитудасы бір минутта 3 есе кемиді. Оның амплитудасы төрт минут ішінде неше есе кемитінін анықтаңыз.

523. Өшетін тербеліс жасайтын - маятниктің бастапқы амплитудасы $A_0 = 3$ см. $t_1 = 10$ с уақыт өткеннен кейін тербелістің амплитудасы $A_1 = 1$ см тең. Қанша t уақыт өткеннен кейін тербелістің амплитудасы $A_2 = 0,3$ см тең болатындығын анықтаңыз.

524. Тербелістің өшуін бақылаған кезде екі көршілес тербелістің екінші амплитудасы бірінші амплитудасынан 60% кіші. Тербелістің өшу периоды $T = 0,5$ с. 1) δ өшу коэффициентін; 2) өшпейтін тербелістің ν_0 жиілігін анықтаңыз.

525. Массасы $m = 100$ г дене өшу тербеліс жасай отырып, $\tau = 1$ мин ішінде энергияның 40% жоғалтады. r - кедергі коэффициентін анықтаңыз.

526. Өшу коэффициенті $\delta = 400$ с⁻¹ болатын жүйенің резонанс жиілігі $\nu_0 = 1$ меншікті жиілігінен қаншаға айырықша болады.

527. Жүйе $N = 50$ тербеліс жасағанда амплитудасы 2 есе киміді. Жүйенің Q - сапалығын анықтаңыз.

528. Әлдебір жүйенің еркін тербелісінің жиілігі $\omega = 65$ рад/с, ал оның сапалығы $Q = 2$. Осы жүйенің тербелісінің жиілігін анықтаңыз.

529. $N = 5$ толық тербелісте тербелмелі контурдың тербеліс энергиясы $n = 8$ есе кемісе, логарифмдік декрементін анықтаңыз.

530. Электрқозғалтқыш орналасқан консольдық балка ауырлық күшінің әсерінен $h = 1$ мм-ге майысты. Электрқозғалтқыштың якорінің қандай жиілігінде резонанс байқалады?

Механикалық толқындар. Толқындардың интерференциясы

531. Серпімді ортада таралатын жазық толқынның теңдеуі $s = 10^{-8} \sin(6280t - 1.256x)$. Толқынның ұзындығын, таралу жылдамдығын және тербеліс жиілігін анықтаңыз.

532. Екі тербелетін нүкте толқынның таралу бағытында тербеліс көзінен 0,5 және 1,77 м арақашықтықта тербеледі. Олардың тербеліс фазалар айырымы $3\pi/4$. Тербеліс көзінің жиілігі 100 с^{-1} . Толқынның ұзындығы мен таралу жылдамдығын анықтаңыз.

533. Толқын майданына перпендикуляр түзуде жатқан, бір-бірінен 3 м арақашықтықтағы екі нүктенің тербеліс фазаларының айырмасы неге тең? Толқынның таралу жылдамдығы 600 м/с, ал тербеліс периоды 0,02 с.

534. Егер екіатомды газдың 10^5 қысымдағы тығыздығы $1,29 \text{ кг/м}^3$ екендігі белгілі болса, ондағы дыбыстың таралу жылдамдығын анықтаңыз.

535. Екі когерентті толқын көздерінің арақашықтығы 0,9 мм, ал толқын көздерінен экранға дейінгі арақашықтық 1,5 м. Толқын көздері толқын ұзындығы 0,6 мкм монохромат жарық жығарады. Экранның 1 см-іне келетін интерференция жолақтарының санын анықтаңыз.

536. Сабын көпіршігіне 45° бұрыш жасай ақ жарық түсіріледі. Көпіршіктің қандай ең жұқа қалыңдығында шағылған сәулелер жасыл түске ($\lambda = 0,54 \text{ мкм}$) боялады? Сабынды судың сыну көрсеткіші 1,33.

537. Қалыңдығы 0,25 мкм глицерин қабыршығына (пленкасына) ақ жарық түсіріледі. Егер сәуленің түсу бұрышы 60° болса, шағылған жарықта қабыршықтың түсі қандай болып көрінеді?

538. Жіңішке шыны сынаға толқын ұзындығы 0,72 мкм перпендикуляр жарық түсіріледі. Шағылған жарықтағы көршілес екі интерференциялық жолақтарының арасы 0,8 мм. Шынының сыну көрсеткіші 1,5. Сынаның беттерінің арасындағы бұрышты анықтаңыз.

539. Ньютон сақиналары жазық шыны мен қисықтық радиусы 10 м линза арасында пайда болады. Монохромат жарық перпендикулярлы түседі. Шағылған жарықтағы үшінші жарық сақинаның диаметрі 8 мм. Түсетін жарықтың толқын ұзындығын анықтаңыз.

540. Ньютон сақиналарын бақылауға арналған құрылғыға перпендикулярлы монохромат жарық түсіріледі. Жарықтың толқын ұзындығы 0,5 мкм. Шағылған жарықтағы төртінші күңгірт сақинаның диаметрі 8 мм, линзаның қисықтық радиусын анықтаңыз.

Толқындардың дифракциясы, поляризациясы

541. Толқын ұзындығы 0,45 мкм монохромат жарықтың параллель шоғы ені 0,3 мм саңылауға перпендикуляр түсіріледі. Саңылаудан 1 м арақашықтықта орналасқан

экрандағы орталық дифракциялық максимумның енін анықтаңыз.

542. Жазық монохротатты жарық толқыны ($\lambda = 0,7$ мкм) жіңішке саңылыуға перпендикуляр түседі. Егер бірінші дифракциялық максимум 1° бұрышта байқалса, саңылаудың енін анықтаңыз.

543. Дифракциялық тордың тұрақтысы 5 мкм. Толқын ұзындығы 0,625 мкм монохромат жарықтың торға перпендикуляр түскендегі спектрдың ең үлкен ретін, дифракциялық бейнедегі бас максимумдардың жалпы санын және төртінші ретті спектрдың дифракция бұрышын анықтаңыз.

544. Ені 3 см және периоды 9 мкм дифракциялық тор үшінші спектріндегі тоқ сары ($\lambda = 0,6$ мкм) сәулелердің қандай толқын ұзындықтар айырымын бөле ете алады?

545. Судың бетінен шағылған Күн сәулелерінің максимал үйектелу (поляризациялануы) үшін Күн көкжиекпен (горизонтпен) қандай бұрыш жасай орналасу керек?

546. Табиғи жарық алмас кристалына толық үйектелу (полярлану) бұрышымен түседі. Жарықтың сыну бұрышын анықтаңыз.

547. Табиғи жарық диэлектрик бетіне толық үйектелу (полярлану) бұрышымен түседі. Сынған сәуленің үйектелу (полярлану) дәрежесі 0,09. жарықтың шағылу коэффициентін анықтаңыз.

548. Табиғи жарық басты жазықтықтарының арасындағы бұрышы 30° екі үйектеуіш (поляризатор) арқылы өтеді. Егер үйектеуіш (поляризатор) жазықтықтарының арасындағы бұрышты екі есе үлкейтсе осы жүйе арқылы өтетін жарықтың қарқындылығы (интенсивтігі) қалай өзгереді?

549. Оптикалық өсіне перпендикуляр қиылған, қалыңдығы 3 мм кварц пластинаны екі үйектеуіш (поляризатордың) арасына орналастырған. Поляризаторлардың басты жазықтықтарының арасындағы бұрыш 45° болған кезде жүйеден өткен қызыл түстің қарқындылығы (интенсивтігі) максималды болса, қызыл түс үшін кварцтың айналдыру тұрақтысын анықтаңыз.

550. Концентрациясы $0,25$ г/см³, қалыңдығы 18 см қант ерітіндісі монохромат жарықтың үйектелу (поляризация) жазықтығын 30° бұрышқа бұрады. Басқа қалыңдығы 16 см ерітінді осы жарықтың үйектелу (поляризация) жазықтығын 24° бұрышқа бұрады. Екінші ерітіндідегі қант концентрациясын анықтаңыз.