Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті

Информатика және ақпараттық жүйелер кафедрасы

«Есептеу әдістері» пәні бойынша

5В060100 - Математика мамандығының студенттеріне арналған

пәнді меңгеру жөніндегі әдістемелік нұсқаулар

Павлодар

БЕКІТЕМІН
ФМж/еАТ факультетінің деканы
___________ Н.А.Испулов
20 __ ж. «___»____________

Құрастырушы: Аға оқытушы Алимова Ж.С.

Информатика және ақпараттық жүйелер кафедрасы

«Есептеу әдістері» пәні бойынша

5В060100 – Математика мамандығының студенттеріне арналған

пәнді меңгеру жөніндегі

әдістемелік нұсқаулар

Кафедраның отырысында ұсынылды 20 __ж. «___»__________ №_____хаттама.

Кафедра меңгерушісі ______________ Н.Н.Оспанова. 20 __ж. «___»____________

ФМжАТ факультетінің ОӘК мақұлданды,

20__ж. «___»____________ №_____хаттама

ОӘК төрайымы ____________________А.Б.Искакова 20__ж. «___»____________

МАҚҰЛДАНДЫ:
ОӘБ бастығы ____________________Жұманқұлова 20__ж. «___»____________

Университеттің оқу-әдістемелік кеңесімен мақұлданды
20__ж. «___»____________ №_____хаттама

Пәнді оқытудағы мақсат – оқушыларға есептеу машинасының әдістерін игеру үшін қажетті білім мен дағдыларын қамтамасыз ету және оларды кейінгі маман ретінде қолданбалы математика аймағындағы іс-әрекеттерінде пайдалануға оқыту.

Курс міндеттері – студенттерге жүйелі түрде қолданбалы есептерді жуықтау (сандық) әдістерімен шешу ұғымдарын қалыптастыру және студенттерді математикалық есептерді шешудің есептеу алгоритмдерін құрастыруға және ЭЕМ көмегін қолдануға дайындау.

Жоғары кәсіптік білім берудің Мемлекеттік білім беру стандартының талаптарына сәйкес **курсты оқу нәтижесінде студенттердің игеруі керек:**

- есептерді сандық шешудің негізгі ұғымдары;
- алгоритмдер және программалық құралдарды пайдалану принциптері;
- вариациалық есептеменің негізгі әдістері туралы түсінік алу.

Курсты оқу нәтижесінде студенттер білуі керек:

- ЕТ мүмкіндіктерін және программалық қамтамасыздандыруды пайдалануды;
- тәжірибелік экстремалды есептердің математикалық моделдерін құрастыруды;
- шешудің белгілі әдістерін пайдалануды және қорытынды жасауды.

«Есептеу әдістері» пәнін оқу үшін студенттер келесі пәндерді меңгерулері тиіс:

- Математикалық талдау;
- Алгебра және геометрия;
- Дифференциалдық теңдеулер.

1 тақырып. Кіріспе

Сандық әдістер. Есептеу эксперимент және математикалық моделдер туралы түсінік. Сандық әдістеріне қойылатын талаптар.

Ғылыми зерттеулерде аумақты есептеу жұмыстары үшін есептеуіш техниканы пайдалану аса табысты нәтижелерге жеткізуде. Шынында, қазіргі төртінші буынның ЭЕМ-нің бір секундта орындайтын операия саны милиардтап есептелінеді. Демек, ол адамның бірнеше күнде орындайтын есепту жұмыстарын бірнеше сағатта ғана орындай алады. Бірақ, ЭЕМ тек қана адамның ой еңбегімен құрылған программа бойынша берілген тапсырманы ғана орындай алады. Ол үшін біздер ақиқат дүниедегі әр түрлі құбылыстардың математика тілінде моделін білуіміз қажет. Қолданбалы есептер табиғаттағы құбылыстар, физикалық, химиялық, жоспарлауда басқару жүйелері және тағы да басқа нақтылы объектілермен байланысты. Мұндай есептерді тұжырымдау үшін көбінесе әуелі зерттеленетін объектінің ең маңызды қасиеттері мен ерекшеліктерін, қажетті параметрлерін анықтайды. әрі қарай оларды математикалық қатыстар, белгілер арқылы сипаттайды. Осы процесті **математикалық құру** деп атайды. Сонымен, **математикалық модельдеу –** табиғаттағы кейбір құбылыстар кластарын математикалық белгілер, формулалар көмегімен өрнектеу арқылы жуықтап жазу.

Математикалық моделдеуге қойылатын **талаптар**:

– математикалық моделдеудің қарастыратын құбылысқа **барабарлығы** (адекваттылығы), дәлірек айтқанда мдель құбылыстың негізгі ерекшеліктерін, қасиеттерін жеткілікті, дәл және айқын сипаттау қажет;

– математикалық моделдеу қарапайым, зертеуге түсінікті және **ыңғайлы** (доступный) болуы қажет.

Қолданбалы математикада мұндай талаптарды қанағаттандыратын құбылыстың математикалық мөделін құру оңай емес, ол ғылыми техникалық есепті шешу барысында аса күрделі және қиын кезеңінің бірі.

Ұсынылатын әдебиеттер: [1], [2], [3]

2-тақырып. Сызықты теңдеулер жүйелерінің шешудің итерациялық әдістері

Негізгі ұғымдар. Сызықтық жүйелер. Сызықты теңдеулер жүйелердің шешім әдістері туралы Тура әдістер. Басты элементер әдісі (Гаусс әдісі). Квадраттық түбірлер әдісі. Халецкий әдісі.

Математикалық моделдеудің кмегімен ғылыми-техникалық қолданбалы есептерді шығару таза математикалық есептерді шығаруға болады. Ал, математикалық есепті шығару үшін негізінен келесі үш әдіс олданылады: графикалық, аналитикалық, сандық әдістер.

- г**рафикалық әдіс.** Бұл әдіспен кейбір жағдайда ізделінетін шаманың ретін анықтауға болады. Мұның негізі – есептің шешуін функцияның графигін салу көмегімен табу.

- **аналитикалық әдіс.** Мұнда есептің шешімін формула көмегімен өрнектеуге болады. Мысалы: қарапайым алгебралық, тригонометриялық, трансценденттік, дифференциалдық теңдеудің шешімі.

- сандық әдістер. Қазіргі кезде күрделі математикалық есептерді шығарудың негізгі құралы сандық әдістер. Сандық әдістер есептің шешімін сандарға қолданылатын саны шектеулі арифметикалық операциялар орындауға келтіріледі және нәтижесін андық мәндер арқылы береді.

Теңдеуді шешу – оның түбірлері болатынын, егер бар болатын болса нешеу екенін және оларды белгілі дәлдікпен мәндерін анықтау.

$$F(x)=0$$

түріндегі сызықтық емес теңдеулердің түбірлерін табу есебі әртүрлі ғылыми зерттеулерде кездеседі (мұндағы $F(x)$ – анықталған және шектеулі немесе шектеусіз $[a,b]$ аралығында үздіксіз функция). Сызықтық емес теңдеулерді екі класқа бөлуге болады: алгебралық және трансценденттік. *Алгебралық* теңдеулер деп тек алгебралық функцияларды ғана (бүтін, рационал, иррационал) қамтитын теңдеулерді айтады. Дербес жағдайда, көпмүше бүтін алгебралық теңдеу болып табылады. Басқадай функцияларды (тригонометриялық, көрсеткіштік, логарифмдік, және т.б.) қамтитын теңдеулерді *трансценденттік* деп атайды.

Әрбір $\zeta\in[a,b]$ сандар $F(x)$ функциясын нөлге айналдыратын болса, яғни $F(x)=0$, берілген теңдеудің түбірі деп аталады. ζ саны k еселі түбір деп аталады, егер $x=\zeta$ болғанда $F(x)$ функциясымен бірге оның $(k-1)$-ші ретті туындылары да нөлге тең болса:

$$F(\zeta)=F'(\zeta)=\ldots=F^{(k-1)}(\zeta)=0$$

Сызықтық емес теңдеулерді шешудің әдістері тура және итерациялық болып бөлінеді. Тура әдістер түбірлерді шекті қатынас (формула) түрінде жазуға мүмкіндік береді. Мектеп курсынан тригонометриялық, логарифмдік, көрсеткіштік, сонымен қатар қарапайым алгебралық теңдеулерді шешу үшін әдістер белгілі. Бірақ та тәжірибеде теңдеулердің мұндай әдістермен шешілмейтіндері де кездеседі. Оларды шешу үшін итерациялық әдістер пайдаланады, яғни тізбектелген жуықтау әдістері (сандық әдістер).

Теңдеудің түбірлерін сандық әдіспен табу есебі екі кезеңнен тұрады: түбірлерді айыру, яғни түбірдің бір ғана мәнін қамтитын жеткілікті аз (сығылған) аймақтарды табу және түбірлерді анықтау, яғни қандайда бір аймақтағы түбірді белгілі дәлдікпен есептеу.

Ұсынылатын әдебиеттер: [1], [2], [3]

3-тақырып. Сызықты теңдеулер жүйелерін шешудің дәл әдістері

Итерация әдісі. Итерациялық процесстің жинақталуының жеткілікті шарты. Итерациялық процесстің жинақталуының қажетті және жеткілікті шарты. Сызықты теңдеулер жүйесін шешудің итерациялық әдістерінің жалпы схемасы. Релаксациялық принципі. Зейдель әдісі. Минимальді үйлесімсізділік әдісі және оның қателігі. Жылдам түсу әдісі. Жылдам түсу әдісі жинақталу жылдамдығының бағасы. Матрицаның меншікті мәндері мен векторларын табу. Меншікті мәндер мәселесі. Матрициның модулі бойынша ең үлкен меншікті мәнін және соған сәйкес меншікті векторын итерация әдісімен есептеу.

Итерациялық әдістер – біртіндеп жуықтау әдістері. Мұнда жуықталған шешімін беру керек – бастапқы жуықтау. Бұдан кейін алгоритм көмегімен есептеудің бір циклі жүргізіледі (итерация деп аталады). Итерация нәтижесінде жаңа жуықтау алынады. Итерация талап етілетін дәлдікпен шешім алынғанға дейін жүргізіледі. Итерациялық әдістерді пайдаланып сызықтық теңдеулерді шешудің алгоритмдері тура әдістермен салыстырғанда өте күрделі.

Алгебралық және трансценденттік теңдеулерді итерация әдісімен шешу. Сығып бейнелеу принципі және оны теңдеулер шешудің итерациялық әдістерінің жинақтылығын зерттеуге қолдану. Қиюшылар әдісі. Ньютон әдісі, Ньютон-Канторович әдісі. Аралас әдісі. Осы әдістердің жинақтылығы.

Айталық бізге

$$F(x)=0$$

түріндегі теңдеу берілсін. Мұндағы $F(x)$ – алгебралық немесе трансцендентік функция. Егер біз $F(x)$ функциясының графигін пайдалансақ, онда теңдеудің түбірлері жуықтап алғанда, абсцисса осімен қиылысу нүктелері болмақ. Есепті ықшамдау арқылы, берілген теңдеуді оған мәндес

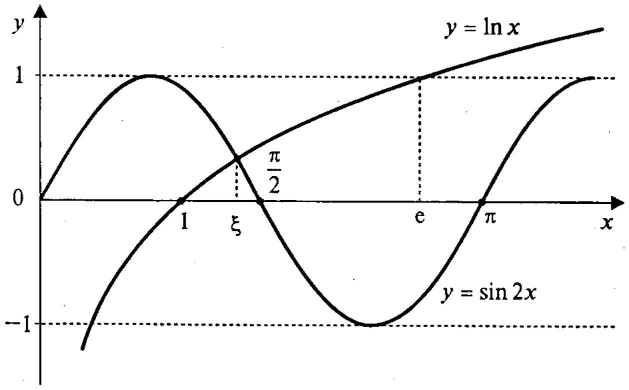
$$f_1(x)=f_2(x)$$

теңдеуімен алмастыруға болады. Мұндай жағдайда $f_1(x)$ және $f_2(x)$ функцияларының графиктері салынып, Ox осіндегі осы графиктердің қиылысу нүктелерін көрсететін кесінділері белгіленеді.

Мысал 1. $\sin 2x - \ln x = 0$ теңдеуінің түбірлерін айыру керек.

Түбірлерін графикалық түрде айыру үшін, оны оған мәндес $\sin 2x = \ln x$ түрге келтіреміз. $y_1 = \sin 2x$ және $y_2 = \ln x$ функцияларының графиктерін жеке-жеке саламыз.

Графикке қарап, оның ξ бір түбірі болатынын көреміз және ол $[1;\ 1{,}5]$ кесіндісінде жатады.



Түбірлерді айыру туралы есептерді шешу барысында келесі жайттардың пайдасы бар:

1. Егер $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз $F(x)$ функциясы, оның шеткі нүктелерінде әртүрлі таңбалы мәндер қабылдаса (яғни $F(a)\cdot F(b)<0$) , онда берілген теңдеудің осы кесіндіде кем дегенде бір түбірі бар болады.

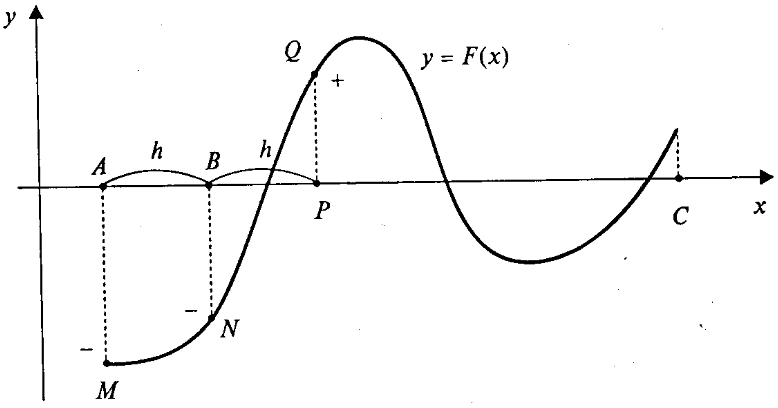
2. Егер $F(x)$ функциясы монотонды (кемімелі немесе өспелі) болса, $[a;b]$ кесіндісіндегі түбір жалғыз ғана болады.

Тексеру үшін $F(x)=\sin 2x - \ln x$ функциясының $[1;\ 1{,}5]$ кесіндісінің шеткі нүктелеріндегі мәндерін есептейік: $F(1)=0{,}909298$; $F(1{,}5)=-0{,}264344$. Байқауымызша, $[1;\ 1{,}5]$ кесіндісінде түбірдің болатынын аламыз.

Қарапайым жағдайда, түбірлерді графикалық айыруды қолмен еептеуге болады, кейде күрделі жағдайларда теңдеудің түбірі берілген кесіндіде болуын (санын) анықтауда компьютердің қолданбалы бағдарламасын пайдалануға немесе программалау тілінде программа құрастыруға болады.

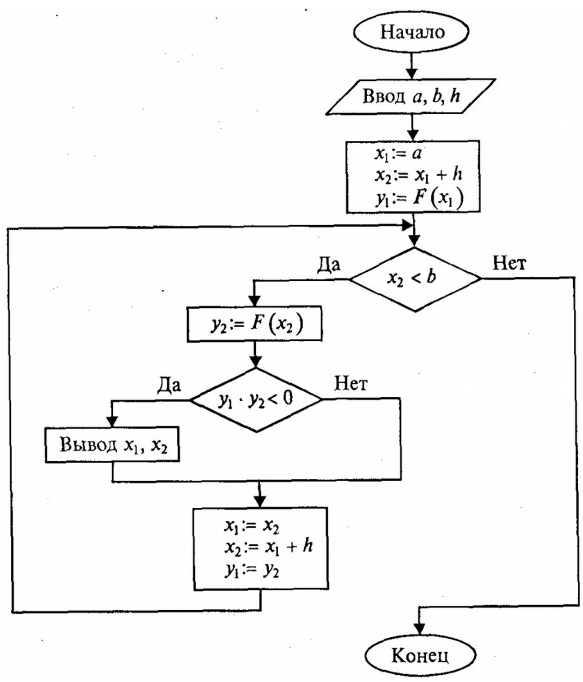
Айталық $F(x)=0$ теңдеуінің барлық түбірлері $[A;C]$ кесіндісіне тиісті болсын, яғни $F(A)\cdot F(C)<0$. Бізге теңдеудің түбірлерін айыру керек, яғни бір түбірден жататын барлық $[a;b]\subset[A;\ C]$ кесінділерді көрсету керек.

$F(x)$ -тің мәнін $x=A$ нүктесінен бастап оң жаққа қарай қандайда бір h қадаммен қозғала отырып есептейміз.



$F(x)$ -тің көршілес екі әртүрлі таңбалы мәндері пайда болған кезде, алынған кесіндіге түбір тиісті болатынын аламыз.

Теңдеудің шешімін программалау тілі көмегімен қарастырайық. Осыған сәйкес келетін алгоритмнің жалпы схемасын көрсетейік. Қойылған есептің нәтижесі экранда көрсетілген x_1 және x_2 параметрлерінің мәндері (белгіленген кесіндінің шеткі нүктелері) болады.



Ұсынылатын әдебиеттер: [3], [4], [5]

4-тақырып. Функцияларды жуықтау

Интерполяция есебіеің қойылуы. Интерполяция және қалпына келтіру. Арифметикалық амалдар саны туралы түсінік. Интерполяциялық формулалары қателілігінің бағасы және оларды минимизациялау. Нормаланған кеңістіктегі ең жақсы жуықтау. Ақырлы айырымдар. Ньютонның бірінші және екінші интерполяциялық формулалары.. Орта айырымдар кестесі. Гаусс, Стирлинг, Бессель интерполяциялық формулалары. Тұрақты қадамды интерполяциялық формулаларының жалпы сипаттамасы. Лагранж интерполяциялық формуласы. Ең жақсы интерполяциялық түйіндерін таңдап алу.

Есептеу әдістерінің көпшілігі есептің тұжырымына енетін функцияны басқа бір есептеуге ыңғайлы және кейбір мағынада оған жуық қарапайым функциямен алмастыруға негізделген. Біздер үзіліссіз дифференциалданатын функциялар

$$(w_0(x), w_1(x), \ldots, w_m(x))$$

жүйесін қарастырамыз. Бұл функциялар жүйесінен құрылған

$$P(x)=\sum_{i=0}^{m} C_i - w_i(x)$$

мұндағы, C_i тұрақты коэфициенттер, функциясы жалпыланған **көпмүшелік** немесе **полином** деп аталады. Функцияны жуықтау есебі: берілген $f(x)$ функциясын $x=\{x_0, x_1, ..., x_n\}$ жиынында осы функциядан «ауытқу» кейбір мағынада барына аз болатындай жалпыланған $P(x)$ көпмүшелігімен жуықтап алмастыру – **аппрокцимациялау** қажет. Мұнда, $P(x)$ функциясы $x=\{x_0, x_1, ..., x_n\}$ жиынында немесе $[a,b]$ аралығында берілген $f(x)$ функциясына **жақын** немесе **одан ауытқуы** барына аз деген тұжырымға әр түрлі мағына беруге болады.

Ұсынылатын әдебиеттер: [5, [6], [7]

5-тақырып. Интегралды жуықтап есептеу

Ньютон-Котес квадратуралық формуласы. Трапеция формуласы және оның қалдық мүшесі. Симпсон формуласы және оның қалдық мүшесі. Монте-Карло әдісі.

Ньютон әдістері

Жартылай бөлу әдісімен қатар күрделі және тиімді итерациялық әдістер бар. Бұл әдістерге Ньютон есімімен байланысқан әдістердің тобы қатысады. Олардың екеуін қарастырайық: жанама әдісі және хорда (қиюшы) әдісі. Бл әдістердің екеуі де мынадай тәсілге негізделген.

$$F(x)=0$$

теңдеуінің $\lfloor a;\, b \rfloor$ кесіндісінде жалғыз түбірі бар болсын. Оны оған мәндес теңдеуге түрлендіреміз:

$$x=x-\varphi(x)\cdot F(x)$$

мұндағы, $\varphi(x)$ - $\lfloor a;\, b \rfloor$ кесіндісінде анықталған және осы кесіндіде нөлге айналмайтын кез келген функция.

$\varphi(x)$ - ті әртүрлі тәсілмен таңдай отырып, көрсетілген әдістерді алуға болады.

Жанама әдісі

а) Бірінші тәсіл

Айталық $\varphi(x)=\dfrac{1}{F'(x)}$. Сонымен итерациялық тізбек

$$x_{n+1}=x_n-\frac{F(x)}{F'(x)} \quad (n=0,1,2,\ldots)$$

реккуренттік қатынасының көмегімен құрылады. Бастапқы x_0 мәнін таңдау мәселесі, $F(x)$ функциясының мынадай шарттарды қанағаттандыруымен шешіледі:

1) $\lfloor a;\, b \rfloor$ кесіндісінде екінші рет дифференциалданады;

2) Бірінші және екінші ретті туындылары осы кесіндіде таңбасын сақтайды, яғни $F(x)$ функция монотонды және дөңестік сипатын ауыстырмайды.

Мұндай жағдайда x_0 мәні ретінде $\lfloor a;\, b \rfloor$ кесіндісінің шеткі нүктелерінің бірі алынады және ол нүктеде $F(x)$ функциясы және оның екінші ретті туындысы бірдей таңбалы болуы керек, яғни $F(x_0)\cdot F''(x_0)>0$ шарты орындалады.

Реккуренттік қатынаспен $(n=0)$ болғанда анықталған x_1 нүктесі, $y=F(x)$ функциясының графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген жанамамен абсциссаның қиылысу нүктесі болады.

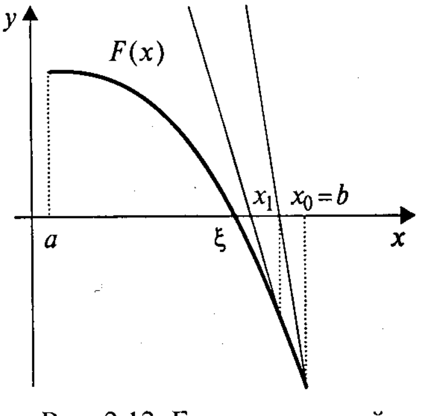


Рис. 2.12. Геометрический смысл метода касательных

Итерациялық тізбектің әрбір келесі мүшесіне $y = F(x)$ функциясының графигіне тізбектің алдыңғы мүшесі арқылы жүргізілген жанаманың абсциссамен қиылысу нүктесі сәйкес келетін болады.

Қателікті бағалау мынадай теңсіздіктің көмегімен жүзеге асырылады:

$$|x_n - \xi| \le \frac{|F(x)|}{m}, \quad m = \min_{[a\,;\,b]} |F'(x)|$$

$F(x_n)$ мәндері реккуренттік тізбектің мүшелерін табуда есептелетін болады.

Хорда (қиюшы) әдісі

Жанама әдісін жүзеге асыру барысында, $F(x)$ функиясының мәнін ғана емес оның $F'(x)$ туындысының мәнінде есептеу қажетті. Бірақ Ньютон әдісінің тек $F(x)$ мәнін есептеумен шектелетін нұсқасы бар.

а) Бірінші тәсіл

Егер $\varphi(x) = \dfrac{x - c}{F(x) - F(c)}$ деп алып, c мәні ретінде $[a\,;\,b]$ кесіндісінің шеткі нүктелерінің бірі алынады және ол нүктеде $F(c)\cdot F''(c) > 0$ шарты орындалады. Осыдан итерациялық әдіс

$$x_{n+1} = \frac{cF(x_n) - x_n F(c)}{F(x_n) - F(c)} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

реккуренттік қатынаспен анықталатын хорда әдісіне (қиюшы әдісіне) келеміз.

x_0 мәні ретінде $[a\,;\,b]$ кесіндісінен c мәні таңдағаннан қалған екінші шеткі нүктесі алынады (яғни, егер $c = a$ болса, онда $x_0 = b$ немесе керісінше).

Тізбек реккуренттік қатынастың формуласы бойынша құрылады. Жуықтау түбірінің бағалауы

$$|x_n - \xi| \le \frac{|F(x)|}{m}, \quad m = \min_{[a\,;\,b]} |F'(x)|$$

теңсіздігінің көмегімен анықталады.

Әдістің геометриялық мағынасы төмендегі суретте көрсетілген. Берілген жағдайда $c = b,\ x_0 = a$. x_1 мәніне қисықтың шеттерін қосатын хорданың абсцисса осімен қиылысу нүктесіне сәйкес келеді. Кейін қисықтың бойынан абсцисасы x_1 болатын нүкте табылып, хорда жүргізіледі және т.б.

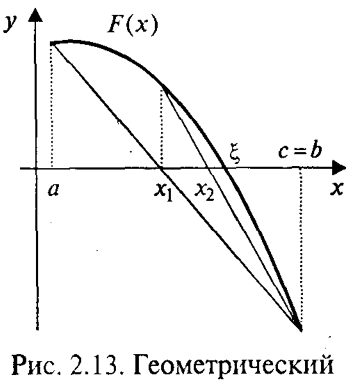


Рис. 2.13. Геометрический смысл метода хорд

Ұсынылатын әдебиеттер: [5, [6], [7]

6-тақырып. Айырымдылық схемаларының негізгі түсініктері

Қарапайым дифференциалдық операторлардың айырымдылық аппроксимациялары. Тор және торлық функциялары. Тордағы аппроксимация қателігі. Айырымдылық есебінің қойылуы. Схемалардың жинақтылығы мен дәлдігі туралы. Айырымдылық есебінің корректілігі туралы түсінік. Орнықтылық, аппроксимация және жинақтылық.

Ұсынылатын әдебиеттер: [6], [8], [7]

7-тақырып. Қарапайым дифференциалдық теңдеулерге қойылған Коши есебін шешудің сандық әдістер

Эйлер әдісі, Рунге-Кутта әдісі, Милн әдісі. Қарапайым дифференциалдық теңдеулерге қойылғыан шекаралық есебін шешудің сандық әдістері.

Эйлер әдісі. Жай дифференциалдық $y' = f(x, y)$ теңдеуі және бастапқы $y(x_0) = y_0$ шарт берілген. Теңдеудің шешімі болатын және шартты қанағаттандыратын $y = y(x)$ функциясын табу қажет. Мұндай есептердің шешу үшін сандық әдістер қолданылады. Ең қарапайым – Эйлер әдісі. Теңдеудің шешімі $[a,b]$ аралығында ізделетін болсын. Осы аралықта теңдеудің Коши есебінің шешімінің бар және жалқы болуын қамтамасыз ететін барлық шарт орындалатын болсын. Онда $[a,b]$ аралығындағы нүктелерді таңдап аламыз.

Егер y_1 берілген дифференциалдық теңдеудің шешімінің x_1 нүктесіндегі жуық мәні болса, онда оның $x_{1+1} = x_1 + h$ нүктесіндегі мәні $y_{1+1} = y_1 + \Delta y_1$. Мұндағы Δy_1 өсімшені анықтау үшін $y(x)$ функциясын Тейлор қатарына жіктейміз.

$$\Delta y = y(x+h) - y(x) = hy'(x) + \frac{h^2}{2!} y,,,(x)+,,,,+$$

мұндағы, берілген туындылар теңдеуді біртіндеп диференциалдау арқылы табылады. Төртінші мүшесіне дейінгі дәлдікпен табуға болады. Бұл әдісте әрбір қадамда жіберетін қате қадам шамасының бесінші дәрежесіне дифференциал.

Ұсынылатын әдебиеттер: [6], [8], [7]

8-тақырып. Екінші ретті теңдеулерге қойылған шекаралық есебін шешудің сандық әдістері

Екінші ретті теңдеулерге қойылған шекаралық есебін шешудің айырымдылық әдістері. Қуалау әдісі. Орнықтылығы, қателігінің бағасы. Жинақтылығы. Қуалау әдісінің дәлдігін арттыру. Галеркин әдісі. Коллокация әдісі. Ең аз квадраттар әдісі.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

жүйенің анықтауышын D арқылы белгілейік:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Теңдеулер жүйесін шешудің Гаусс әдісімен анықтауышты есептеу алгоритмін қарастырайық.

Бірінші теңдеудің сол және оң жақ бөліктерін a_{11} жүргізуші элементіне бөлсек, түрлендірілген жүйенің анықтауышы D/a_{11} -ге тең. Бірінші қадамның келесі түрлендірулері (жүйенің басқа теңдеулерінен x_1 белгісізін жою) анықтауыштың шамасын өзгертпейді. Екінші қадамда, екінші теңдеудің (түрлендірілген) екі бөлігін екінші жүргізуші элементке (оны $a_{22}^{(1)}$ арқылы белгілейік) бөлсек, алынған жүйенің анықтауышы $D/\left(a_{11} \cdot a_{22}^{(1)}\right)$ -ге тең. Жүйенің теңдеуінен x_2 белгісізін жоюдағы амалдар D анықтауышы шамасын өзгертпейді.

Амалдарды жалғастыра отырып, n -ші қадамда

$$\begin{cases} x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 \ldots + \alpha_{1n}x_n = \beta_1 \\ \qquad x_2 + \alpha_{23}x_3 \ldots + \alpha_{2n}x_n = \beta_2 \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ \qquad\qquad\qquad x_n = \beta_n \end{cases}$$

жүйесіне келеміз. Осы жүйенің анықтауышы $D/\left(a_{11} \cdot a_{22}^{(1)} \cdot \ldots \cdot a_{nn}^{(n-1)}\right)$ -ге тең. Жүйе белгісіздері коэффициенттерінің матрицасы – бас диагоналы бірге тең болатын үшбұрышты матрица. Сондықтан оның анықтауышы 1-ге тең:

$$D = \left(a_{11} \cdot a_{22}^{(1)} \cdot \ldots \cdot a_{nn}^{(n-1)}\right) = 1.$$

Сонымен, бастапқы матрицаның анықтауышы:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22}^{(1)} \cdot \dots \cdot a_{nn}^{(n-1)},$$

мұндағы $a_{11}, a_{22}^{(1)}, \dots, a_{nn}^{(n-1)}$ - жүргізуші элементтер.

Бұдан мынадай қорытынды жасауға болады: егер квадратты матрицаның анықтауышын есептеу қажет болса, онда осы матрицадан теңдеулер жүйесін шешу керек.

A матрицасы үшін A^{-1} кері матрицасының элементтерін есептеуге болады. Анықтама бойынша, $A \cdot A^{-1} = E$, мұндағы E - бірлік матрица. Ізделінді A^{-1} кері матрицасы мен бірлік матрицаны векторлық-бағандар жиынтығы түрінде көрсетейік:

$$A^{-1} = \left(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}\right), \quad E = \left(e^{(1)}, e^{(2)}, \dots, e^{(n)}\right)$$

Осы жазу арқылы

$$A \cdot x^{(i)} = e^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Әр жүйенің шешімі кері матрицаның сәйкесінше бағанын береді.

Ұсынылатын әдебиеттер: [6], [8], [7]

ӘДЕБИЕТТЕР

Негізгі әдебиеттер

1. Н. Н. Калиткин. Численные методы. - М.: Наука, 1978.
2. И. С. Бахвалов. Численные методы. - Ч.1, - М..: Наука, 1973.
3. Г. И. Марчук. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1980.
4. Л. И. Турчак. Основы численных методов. - М.: Наука, 1987. – 320 с.
5. В.М. Заварыкин. Численные методы. – М.: Просвещение, 1990. – 176с.
6. Г. И. Воробьева, А. И. Данилова. Практикум по численным методам. - М., Наука, 1979.
7. И.Л. Акулич. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1986. – 319 с.
8. Н. Культин. Программирование на Object Pascal в Delphi 5. Спб, БХБ. - Санкт-Петербург, 1999.
9. Фаронов В.В. Турбо Паскаль 7.0 Учебный курс. - М., 1998. - 433 с.
10. Фаронов В.В. DELPHI 4. Учебный курс. - М., 1999. - 464 с.
11. Электронные учебники по языкам программирования.

Қосымша әдебиеттер

12. Численные методы и задачи оптимизации. /под ред. В.Н. Игнатьева, Г.Ш. Фридмана. - Томск: Томского ун-та, 1983. - 165 с.
13. В.М. Монахов и другие. Методы оптимизации. Применение математических методов в экономике. Пособие для учителя. - М.: Просвещение, 1978. - 175 с.
14. Г.И. Марчук. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1980.