Министерство образования и науки Республики Казахстан

Павлодарский государственный университет
им. С.Торайгырова

Факультет физики, математики и информационных
технологий

Кафедра общей и теоретической физики

ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Методические указания к выполнению контрольных работ
по физике для студентов заочной формы обучения

Павлодар

УДК 537(07)
ББК 22.3я7
Э 45

Рекомендовано ученым советом ПГУ им. С. Торайгырова

Рецензент:
Профессор ПГПИ, кандидат педагогических наук, доцент
Алинова М.Ш.

Составители: Альжанов А.Б., Курманов А.А., Ильясова Г.С.,
Досумбеков К.Р.

Э 45 Электростатика и постоянный ток. Электромагнетизм: Методические указания к выполнению контрольных работ по физике для студентов заочной формы обучения/ сост. Альжанов А.Б., Курманов А.А., Ильясова Г.С., Досумбеков К.Р.– Павлодар, 2006 – 72 с.

В методическом указании приводятся рекомендации по выполнению контрольных работ по дисциплине «Физика», приведены варианты контрольных работ.

Методическое указание разработано в соответствии с типовой учебной программой по техническим и технологическим специальностям и направлениям подготовки. Утверждена и введена в действие Приказом №541 Министерства образования и науки Республики Казахстан от 10 июля 2002г.

УДК 537(07)
ББК 22.3я7

Введение
Общие методические указания

1 За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить на кафедру общей и теоретической физики, в зависимости от специальности: одну, две или три контрольные работы.

2 Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

3 Контрольные работы нужно выполнять ручкой в школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения о студенте (образцы заполнения брать на кафедре общей и теоретической физики)

4 Условия задач в контрольной работе надо переписывать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателей на страницах тетради оставлять поля.

5 Контрольную работу на рецензию приносить на кафедру общей и теоретической физики, где ее регистрируют и проверяют.

6 Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались не правильными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

7 Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзаменов дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

8 Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это необходимо, дать чертеж.

9 Решить задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

10 После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

11 Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые

значения однородных величин стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

12 При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти.

1 Электростатика и постоянный ток

1.1 Основные формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{kQ_1Q_2}{\varepsilon r^2}$$

$$k = 9\cdot 10^9\,\frac{м}{Ф},\quad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\text{Ф/м}$$

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд Q, помещенный в данную точку поля.

Сила, действующая на точечный заряд Q, помещенный в электрическом поле

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

Поток вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля

$$\Phi_E = \int_S E\cos\alpha\,\mathrm{d}S \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n\,\mathrm{d}S,$$

где α – угол между вектором напряженности $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности, dS – площадь элемента поверхности, E_n – проекция вектора напряженности на нормаль.

Через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле

$$\Phi_E = ES\cos\alpha$$

Теорема Остроградского-Гаусса.

$$\varPhi_E = \oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности, n – число зарядов.

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}$$

Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд Q, на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы (r < R) $E = 0$

на поверхности сферы (r = R) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R^2}$

вне сферы (r > R) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}$

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ абсолютное значение вектора напряженности

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечно равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

Напряженность поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Электрическое смещение $\vec{D}$ связано с напряженностью $\vec{E}$ электрического поля соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля есть величина, численно равная работе по перемещению единичного точечного положительного заряда вдоль замкнутого контура. Циркуляция выражается интегралом по замкнутому контуру $\oint E_l dl$, где E_l – проекция вектора напряженности $\vec{E}$ в данной точке контура на направление касательной к контуру в той же точке.
В случае электростатического поля циркуляция вектора напряженности равна нулю

$$\oint E_l dl = 0$$

Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии к точечному заряду, помещенному в данную точку поля

$$\varphi = \frac{\Pi}{Q}, \qquad \text{или} \qquad \varphi = \frac{A}{Q}$$

Потенциал точечного заряда Q на расстоянии r

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\varepsilon r}$$

Потенциал n точечных зарядов

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$$

Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi,$$

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда Q из одной точки поля, имеющий потенциал φ_1, в другую, имеющую потенциал φ_2

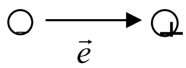
$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad \text{или} \qquad A = Q\int_L E_l \mathrm{d}l$$

В случае однородного поля работа

$$A = QEl\cos\alpha,$$

где l – перемещение; α – угол между направлениями вектора $\vec{E}$ и перемещения $\vec{l}$

Диполь – система двух точечных, равных по абсолютному значению и противоположных по знаку зарядов, находящихся на векторном расстоянии друг от друга.



Электрический момент $\vec{p}$ диполя есть вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному, равный произведению заряда |Q| на вектор $\vec{l}$, проведенный от отрицательного заряда к положительному и называемый плечом диполя

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}$$

Механический момент, действующий на диполь с электрическим моментом $\vec{p}$, помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\vec{E}\right] \qquad \text{или} \qquad M = pE\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

Электроемкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta\varphi},$$

где ΔQ – заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); $\Delta\varphi$ – изменение потенциала, вызванное эти зарядом.

Электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R, находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

где S – площадь пластин; d – расстояние между ними; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроемкость последовательно соединенных конденсаторов в общем случае

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

где n – число конденсаторов ;
в случае двух конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1

$$C = \frac{C_1}{n}$$

Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов:
в общем случае

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Энергия заряженного проводника выражается через заряд Q, потенциал φ и электроемкость C проводника следующими соотношениями

$$W = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\varphi$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU ,$$

Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема)

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}ED ,$$

где E – напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε; D – электрическое смещение.

Сила постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t} ,$$

где Q – количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока есть векторная величина, равная отношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника:

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{k} ,$$

где $\vec{k}$ – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \frac{\rho l}{S} ,$$

где ρ – удельное сопротивление проводника; l – его длина.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) ,$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и 0ºC; t – температура (по шкале Цельсия); α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление соединения проводников:
последовательно

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad I = I_1 = I_2 = ...$$

параллельно

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad U = U_1 = U_2 = ...$$

Закон Ома:
для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

для однородного участка цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Правила Кирхгофа. Правило первое: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле , равна нулю

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

Второе: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i ,$$

где I_i – сила тока на i-м участке; R_i – активное сопротивление на i-м участке; ε_i – э.д.с. источников тока на i-м участке; n – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число участков, содержащих источники тока.

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t

$$A = IUt$$

Мощность тока

$$P = IU$$

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 Rt \, ,$$

где Q – количество теплоты, выделяющиеся в участках цепи за время t

Плотность тока j, средняя скорость $\langle \vec{v} \rangle$ упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n связаны соотношением

$$\vec{j} = en\langle \vec{v} \rangle \, ,$$

где e – элементарный заряд.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \, ,$$

где γ – удельная проводимость проводника; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

$$w = \gamma E^2 \, ,$$

где w – объемная плотность тепловой мощности.

1.2 Примеры решения задач

Пример 1. Четыре одинаковых положительных заряда находятся в вершинах квадрата со стороной a. Какой заряд нужно поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии.

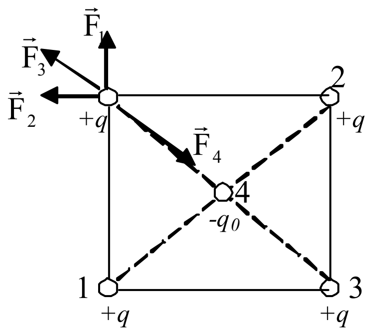


Рис. 1

Решение. На каждый из зарядов, находящихся в вершинах квадрата, действуют 4 силы

$$F_1 = F_2 = k\frac{q^2}{a^2},$$

силы, создаваемые зарядами соседних вершин

$$F_3 = k\frac{q^2}{2a^2},$$

сила, создаваемая зарядом в вершине 3

$$F_4 = k\frac{2q_0 q}{a^2},$$

сила, создаваемая зарядом q_0 (см. рис. 1). Для равновесия необходимо, чтобы геометрическая сумма этих сил была равна нулю, т.е.

$$k\frac{2q_0 q}{a^2} = 2k\frac{q^2}{a^2} + k\frac{q^2}{2a^2}, \text{ отсюда } q_0 = q(1+2\sqrt{2})/4.$$

Пример 2. Два одинаковых заряженных шарика (ρ=1,6·10^3 кг/м^3) подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло плотностью ρ = 8·10^2 кг/м^3. Определить диэлектрическую проницаемость масла, если угол расхождения шариков при погружении в масло остается неизменным

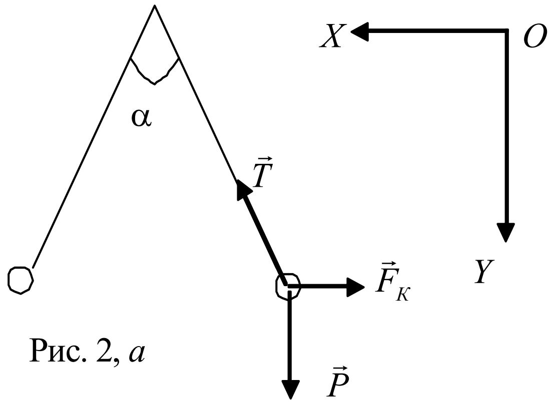


Рис. 2, *а*

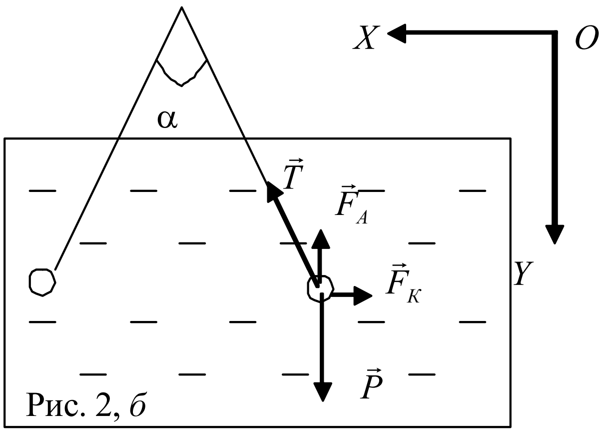


Рис. 2, *б*

Решение. Рассмотрим систему до погружения в диэлектрик. Направление сил, действующих на один шарик, выбор системы координат изображены на рис. 2, а, где $\vec{T}$ – сила натяжения нитей, $\vec{F}_K$ – сила Кулона, $\vec{P}$ – сила тяжести.

Применим второй закон Ньютона и найдем отсюда P

$$\vec{T} + \vec{F}_K + \vec{P} = 0 \text{ или } \begin{cases} T\sin(\alpha/2) = F_K \\ T\cos(\alpha/2) = P \end{cases} \Rightarrow P = F_K ctg(\alpha/2) \quad (1)$$

После погружения в диэлектрическую среду (рис. 2, б) второй закон Ньютона примет следующий вид

$$\vec{T} + \vec{F}_{K1} + \vec{P} + \vec{F}_A = 0$$

или

$$\begin{cases} T\sin(\alpha/2) - F_{K1} = 0 \\ P - T\cos(\alpha/2) - F_A = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$P - F_{K1}ctg(\alpha/2) - F_A = 0 \qquad (2)$$

где $\vec{F}_A$ - сила Архимеда.

Учитывая выражения для сил: $F_K = \dfrac{kQ^2}{R^2}$, $F_{K1} = \dfrac{kQ^2}{\varepsilon R^2}$, $F_A = \rho_0 gV$, $P = \rho gV$, а также соотношения (1) и (2), получим

$$P - P/\varepsilon = F_A, \Rightarrow \varepsilon = \frac{P}{P - F_A} = \frac{1}{1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}} = 2$$

Пример 3. Рассчитать напряженность поля прямой бесконечной нити, равномерно заряженной с линейной плотностью τ, в точке O, удаленной от нити на расстояние r_0.

Решение. Применим теорему Гаусса. В силу симметрии поля вектор напряженности в любой точке перпендикулярен цилиндрической поверхности, проходящей через эту точку. Осью симметрии цилиндра будет нить. Поток вектора $\vec{E}$ через боковую поверхность цилиндра

$$\Phi_E = ES = 2\pi r_0 lE$$

Заряд расположенный внутри выбранного цилиндра

$$Q = \tau \cdot l$$

По теореме Гаусса

$$2\pi r_0 lE = \tau \cdot l / \varepsilon_0$$

Отсюда определяем искомую напряженность

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}.$$

Пример 4. Электростатическое поле создается бесконечно длинным цилиндром, радиусом R=7мм, равномерно заряженным линейной плотностью $\tau = 15$ нКл/м. Определить: 1) напряженность поля в точках, лежащих от оси цилиндра на расстояниях r_1=5 мм и r_2=1см; 2) разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащих на расстояниях r_1=1 см и r_2=2 см от поверхности цилиндра в средней его части.

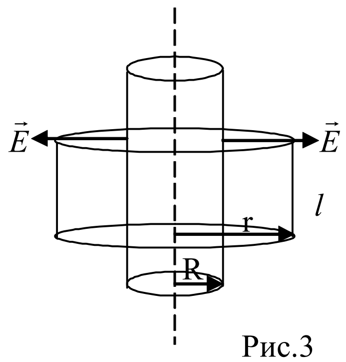


Рис.3

Решение. Воспользуемся теоремой Гаусса

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i ,$$

Взяв в качестве замкнутой поверхности коаксиальный цилиндр радиусом r и высотой h (рис. 3). Если r<R, то замкнутая поверхность внутри зарядов не содержит, поэтому в этой области E=0. Поток вектора $\vec{E}$ сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность он равен $2\pi rlE$. По теореме Гаусса, при r_2>R

$$2\pi rlE = \frac{\tau l}{\varepsilon_0},$$

откуда

$$E = \frac{\tau}{2\pi r_2 \varepsilon_0}$$

Так как $\vec{E} = -grad\ \varphi$, то полученная формула для поля с осевой симметрией запишется в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{или} \quad d\varphi = -E dr$$

Подставив сюда выражение для напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром ($E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$), получим

$$d\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r}$$

Проинтегрировав это выражение, найдем искомую разность потенциалов

$$\varphi_3 - \varphi_4 = \int\limits_{r3+R}^{r4+R} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_4 + R}{r_3 + R}$$

Вычисляя, получаем

$$1)\ E_{r1} = 0;\ E_{r2} = 27 кВ/м;$$

$$2)\ \varphi_3 - \varphi_4 = 125 В$$

Пример 5. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую должен пройти в электрическом поле электрон, чтобы его скорость возросла от $v_1 = 1$ Мм/с до $v_2 = 5$ Мм/с.

Решение. Работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении электрона из точки 1 в точку 2

$$A = e\cdot(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (1)$$

С другой стороны она равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \qquad (2)$$

Приравняв выражения (1) и (2), найдем искомую ускоряющую разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2e}$$

Вычисляя, получаем $\varphi_1 - \varphi_2 = 68{,}3$ В

Пример 6. Какой минимальной скоростью должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала $\varphi = 400$ В металлического шара? (рис. 4)

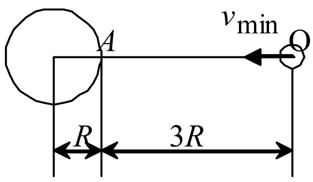


Рис. 4

Решение. Согласно закону сохранения энергии

$$П_A + T_A = П_O + T_O$$

Потенциальная энергия взаимодействия шара и протона в точках А и О будут

$$П_A = \frac{Ql}{4\pi\varepsilon_0 R} = \varphi l, \; П_O = \frac{Ql}{4\pi\varepsilon_0 4R} = \frac{\varphi l}{4} \qquad (1)$$

Кинетическая энергия протона в точках А и О

$$T_A = 0, \; T_O = mv_{\min}^2/2 \qquad (2)$$

$$\varphi e = \frac{1}{4}\varphi e + \frac{mv_{\min}^2}{2},$$

откуда

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{1{,}5\varphi e}{m}} = 2{,}4 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

Пример 7. К пластинам плоского воздушного $\varepsilon_1 = 1$ конденсатора ($S = 0{,}01$ м^2, $d = 5$ мм) приложена разность потенциалов

$U_1 = 300$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом $\varepsilon_2 = 2,6$. Какова будет разность потенциалов после заполнения? Найти ёмкости и поверхностные плотности заряда на пластинах до и после заполнения.

Решение. Учитывая постоянство заряда, на пластинах до и после заполнения эбонитом получим: $\sigma d = U_1\varepsilon_0\varepsilon_1$, $\sigma d = U_2\varepsilon_0\varepsilon_2$. Откуда

$$U_2 = U_1\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = 115 \text{ В}$$

До и после заполнения эбонитом имеем

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d} = 17,7 \text{ пФ}, \; C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d} = 46 \text{ пФ};$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = q / S = C_1 U_1 / S = 530 \text{ нКл/м}^2$$

Пример 8. Между пластинами плоского конденсатора находятся: плоскопараллельная пластинка стекла толщиной $d_1 = 0,5$ см и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной $d_2 = 0,5$ см. Найти напряженности электрического поля и падения потенциала в каждом слое, если к пластинам плоского конденсатора ($S = 0,01$ м^2, $d = 5$ мм) приложена разность потенциалов $U_1 = 300$ В. Каковы при этом будут емкость конденсатора и поверхностная плотность заряда на пластинах?

Решение. Пусть $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – напряженности электрического поля, U_1 и U_2 – падения потенциала в каждом слое. Учитывая характер уменьшения диэлектриками напряженности (в первом слое: $E_1 = \dfrac{E_0}{\varepsilon_1}$, во втором: $E_2 = \dfrac{E_0}{\varepsilon_2}$), где E_0 – напряженность однородного электрического поля воздушного конденсатора, имеем

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \qquad (1)$$

$$U = U_1 + U_2 \qquad (2)$$

Уравнение (2) можно записать так

$$E_1 d_1 + E_2 d_2 = U \qquad (3)$$

Из (1) и (3) имеем

$$E_1 = U\varepsilon_2 /(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1) = 15 \text{ кВ/м}, \; E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} = 45 \text{ кВ/м}.$$

Падение потенциалов в каждом слое

$$U_1 = E_1 d_1 = 75 \text{ В}, \; U_2 = E_2 d_2 = 225 \text{ В}$$

Емкость находим по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \text{ где } C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d_2} \qquad (4)$$

Решая (4) получим

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1} = 26{,}6 \text{ пФ}$$

Заряд на одной из пластин

$$q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = CU = \sigma S,$$

отсюда

$$\sigma = CU / S = 0{,}8 \text{ мкКл/м}^2$$

Пример 9. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи I_1=0,8 А, при сопротивлении R_2=15 Ом сила тока в цепи I_2=0,5 А. Определить силу тока $I_{к.з.}$ короткого замыкания источника ЭДС.

Решение. Учитывая условия задачи, применим закон Ома для полной цепи

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}, \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$$

Откуда

$$r=\frac{I_2R_2-I_1R_1}{I_1-I_2},\quad \varepsilon=\frac{I_1I_2(R_2-R_1)}{I_1-I_2}$$

Так как при коротком замыкании $R\to 0$, значит

$$I_{к.з.}=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{I_1I_2(R_2-R_1)}{I_2R_2-I_1R_1}=2{,}53\text{ А}.$$

Пример 10. Источники тока с электродвижущими силами E_1 и E_2 включены в цепь, как показано на рис. 5. Определить силы токов, текущих в сопротивлениях R_1 и R_2, если E_1= 10В и E_2= 4В, а R_1 = R_4 = 2 Ом и R_2 = R_3 = 4 Ом. Сопротивлениями источников тока пренебречь.

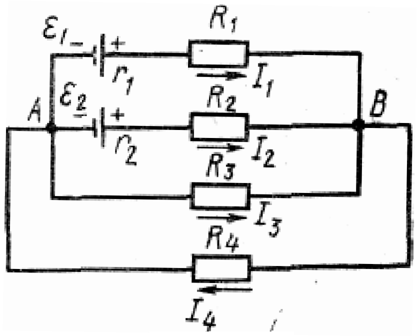


Рис. 5

Решение. Силы токов в разветвленной цепи определяют с помощью законов Кирхгофа.

Выберем направления токов, как они показаны на рис. 5, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

Рассматриваемая в задаче схема имеет два узла: A и B. Но составлять уравнение по первому закону Кирхгофа следует только для одного узла, так как уравнение, составленное для второго узла, будет следствием первого уравнения. По первому закону Кирхгофа для узла B имеем

$$I_1+I_2+I_3-I_4=0 \tag{1}$$

Недостающие три уравнения получим по второму закону Кирхгофа. Для контуров AR_1BR_2A, AR_1BR_3A, AR_3BR_4A

$$I_1R_1-I_2R_2=\varepsilon_1-\varepsilon_2 \tag{2}$$

$$I_1R_1-I_3R_3=\varepsilon_1 \tag{3}$$

$$I_3R_3 + I_4R_4 = 0 \tag{4}$$

Подставив в равенства (2)-(4) значения сопротивлений и э.д.с., получим систему уравнений

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10$$

$$4I_3 + 2I_4 = 0$$

Отсюда получаем

$$I_2 = 0\,\text{А},\ I_3 = -1\,\text{А}$$

Знак минус у значения силы тока I_3 свидетельствует о том, что при произвольном выборе направления токов, указанных на рисунке, направление тока I_3 было указано противоположно истинному. На самом деле ток I_3 течет от узла В к узлу А.

Таблица 3– Варианты контрольных работ

Вариант	Номера задач				
1	301	320	329	338	347
2	302	311	330	339	348
3	303	312	321	340	349
4	304	313	322	331	350
5	305	314	323	332	341
6	306	315	324	333	342
7	307	316	325	334	343
8	308	317	326	335	344
9	309	318	327	336	345
10	310	319	328	337	346
11	301	311	322	333	344
12	302	320	321	332	343
13	303	319	330	331	342
14	304	318	329	340	341
15	305	317	328	339	350
16	306	316	327	338	349
17	307	315	326	337	348
18	308	314	325	336	347
19	309	313	324	335	346
20	310	312	323	334	345
21	301	316	326	336	346
22	302	318	328	338	342
23	303	320	324	332	348
24	304	314	330	334	344
25	305	312	322	340	343
26	306	311	321	333	350
27	307	313	323	331	341
28	308	315	325	335	345
29	309	319	327	337	347
30	310	317	329	339	349

1.4 Контрольная работа

Взаимодействие зарядов. Закон сохранения. Поле точечных зарядов

301. В вершинах квадрата со стороной 0,1 м расположены равные одноименные заряды. Потенциал создаваемого ими поля в центре квадрата равен 500 В. Определить заряд.

302. В вершинах квадрата со стороной 0,5 м расположены заряды одинаковой величины. В случае, когда два соседних заряда положительные, а два других – отрицательные, напряженность поля в центре квадрата равна 144 В/м. Определить заряд.

303. В вершинах квадрата со стороной 0,1 м помещены заряды по 0,1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в центре квадрата, если один из зарядов отличается по знаку от остальных.

304. На расстоянии 8 см друг от друга в воздухе находятся два заряда по 1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в точке, находящейся на расстоянии 5 см от зарядов.

305. Если в центр квадрата, в вершинах которого находятся заряды по +2 нКл, поместить отрицательный заряд, то результирующая сила, действующая на каждый заряд, будет равна нулю. Вычислить числовое значение отрицательного заряда.

306. Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,2 м. Равнодействующая сил, действующих на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника, равна 0,6 мкН. Определить этот заряд, напряженность и потенциал поля в точке его расположения.

307. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0,1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0,06 м от одного и 0,08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал поля в этой точке и значение зарядов.

308. В вершинах правильного шестиугольника стороной 3 см расположены три положительных и три отрицательных заряда по 2 нКл. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов.

309. Два шарика массой по 2 мг подвешены в общей точке на нитях длиной 0,5 м. Шарикам сообщили заряд и нити разошлись на угол 90°. Определить напряженность и потенциал поля в точке подвеса шарика.

310. Пылинка массой $8 \cdot 10^{-12}$ кг удерживается в равновесии между горизонтально расположенными обкладками плоского конденсатора. Разность потенциалов между обкладками 490 В, а зазор между ними 1 см. Определить, во сколько раз заряд пылинки больше элементарного заряда.

Напряженность. Теорема Гаусса

311. Пространство между двумя параллельными бесконечными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов $+5 \cdot 10^{-8}$ и $-9 \cdot 10^{-8}$ Кл/м^2 заполнено стеклом. Определить напряженность поля: а) между плоскостями; б) вне плоскостей.

312. Две параллельные плоскости одноименно заряжены с поверхностной плотностью зарядов 2 и 4 нКл/м^2. Определить напряженность поля: а) между плоскостями; б) вне плоскостей.

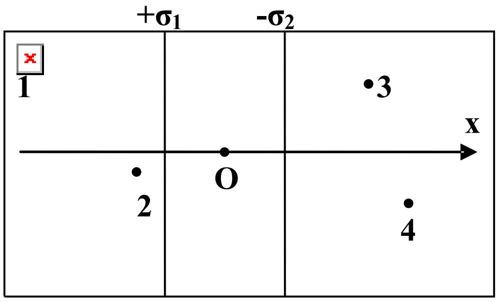
313. Поверхностная плотность заряда бесконечной равномерно заряженной плоскости равна 30 нКл/м^2. Определить поток вектора напряженности через поверхность сферы диаметром 15 см, рассекаемой этой плоскостью пополам.

314. Тонкое проводящее кольцо радиусом 10 см имеет электрический заряд 30 нКл. Определить напряженность поля в центре кольца и в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии 20 см от его центра.

315. Тонкий стержень, длиной 20 см заряжен с линейной плотностью 600 нКл/м. Определить напряженность электрического поля в точке, расположенной на нормали к стержню на расстоянии 15 см от его конца.

316. В центре сферы радиусом 10 см находится точечный заряд $Q = 1$ нКл. Определить поток вектора напряженности через часть сферической поверхности площадью 10 см^2.

317. Две параллельные бесконечные плоскости заряжены разноименно с неодинаковыми по модулю плотностями $+\sigma_1$ и $-\sigma_2$.



Абсциссы указанных на рис.1 точек равны: x_1 = -3 м, x_2 = -1 м, x_3 = +2 м, x_4 = +3 м. Разность потенциалов между точками 2 и 1 равна $\varphi_2 - \varphi_1$ = 400 В. а) Какая из плотностей ($+\sigma_1$ или $-\sigma_2$) больше по абсолютной величине? б) Чему равна разность потенциалов $\varphi_4 - \varphi_3$?

318. Бесконечная тонкая прямая нить заряжена равномерно с плотностью 2 мкКл/м. а) Найти Е и φ как функции расстояния r от нити. Потенциал на расстоянии r_0 = 1 м положить равным нулю;
б) Вычислить Е и φ для r = 10 м.

319. Бесконечно длинная прямая нить заряжена равномерно с линейной плотностью 0,4 мкКл/м. Вычислить разности потенциалов точек 1 и 2, если точка 2 находится дальше от нити, чем точка 1, в k = 2 раза.

320. Шар радиуса R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его центра как $\rho = \rho_0(1 - r/R)$, где ρ_0 – постоянная. Полагая, что диэлектрическая проницаемость ε = 1 всюду, найти: а) модуль напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию r;
б) максимальное значение модуля напряженности $E_{макс}$ и соответствующее ему значение $r_{макс}$.

Работа электрического поля. Потенциал. Движение заряда в однородном поле

321. Какую работу нужно совершить, чтобы заряды 1 и 2 нКл, находившиеся на расстоянии 0,5 м, сблизились до 0,1 м?

322. Заряд 1 нКл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 0,1м от поверхности металлической сферы радиусом 0,1 м, заряженной с поверхностной плотностью 10 Кл/м^2. Определить работу перемещения заряда.

323. Заряд 1 нКл притянулся к бесконечной плоскости, равномерно заряженной с поверхностной плотностью 0,2 мкКл/м^2.На каком расстоянии от плоскости находился заряд, если работа сил поля по его перемещению равна 1 мкДж?

324. Какую работу совершают силы поля, если одноименные заряды 1 нКл и 2 нКл, находившиеся на расстоянии 1 см, разошлись до расстояния 10 см?

325. В поле бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м^2 перемещается заряд из точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от плоскости, в точку на

расстоянии 0,5 м от нее. Определить заряд, если при этом совершается работа 1 мДж.

326. Заряд -1 нКл переместился в поле заряда +1,5 нКл из точки с потенциалом 100 В в точку с потенциалом 600 В. Определить работу сил поля и расстояние между этими точками.

327. Заряд 1 нКл находится на расстоянии 0,2 м от бесконечно длинной равномерно заряженной нити. Под действием поля нити заряд перемещается на 0,1 м. Определить линейную плотность заряда нити, если работа сил поля равна 0,1 мкДж.

328. Определить потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 10 см от центра заряженного шара радиусом 1 см, если поверхностная плотность заряда в шаре равна 10^{-11} Кл/см^2.

329. Найти потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 25 см от центра заряженного шара радиусом 2 см, если потенциал шара равен 300 В.

330. Со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с электрон влетает в пространство между обкладками плоского конденсатора в середине зазора в направлении, параллельном обкладкам. При какой минимальной разности потенциалов на обкладках электрон не вылетит из конденсатора, если длина конденсатора 10 см, а расстояние между его обкладками 1 см?

Конденсатор. Емкость. Проводники в электрическом поле

331. Конденсатор с парафиновым диэлектриком заряжен до разности потенциалов 150 В. Напряженность поля $6 \cdot 10^6$ В/м, площадь пластин 6 см^2. Определить емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на обкладках.

332. Вычислить емкость батареи, состоящей из трех конденсаторов емкостью 1 мкФ каждый, при всех возможных случаях их соединения.

333. Заряд на каждом из двух последовательно соединенных конденсаторов емкостью 18 и 10 пкФ равен 0,09 нКл. Определить напряжение: а) на батарее конденсаторов; б) на каждом конденсаторе.

334. Конденсатор емкостью 6 мкФ последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости, и они подключены к источнику постоянного напряжения 12 В. Определить емкость второго конденсатора и напряжения на каждом конденсаторе, если заряд батареи 24 мкКл.

335. Два конденсатора одинаковой емкости по 3 мкФ заряжены один до напряжения 100 В, а другой – до 200 В. Определить

напряжение между обкладками конденсаторов, если их соединить параллельно: а) одноименно; б) разноименно заряженными обкладками.

336. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В. Площадь пластин 1 $см^2$, напряженность поля в зазоре между ними 300 кВ/м. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах, емкость и энергию конденсатора.

337. Найти объемную плотность энергии электрического поля, создаваемого заряженной металлической сферой радиусом 5 см на расстоянии 5 см от ее поверхности, если поверхностная плотность заряда на ней 2 мкКл/м .

338. Площадь пластин плоского слюдяного конденсатора 1,1 $см^2$, зазор между ними 3 мм. При разряде конденсатора выделилась энергия 1 мкДж. До какой разности потенциалов был заряжен конденсатор?

339. Энергия плоского воздушного конденсатора 0,4 нДж, разность потенциалов на обкладках 600 В, площадь пластин 1 см. Определить расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии поля конденсатора.

340. Под действием силы притяжения 1 мН диэлектрик между обкладками конденсатора находится под давлением 1 Па. Определить энергию и объемную плотность энергии поля конденсатора, если расстояние между его обкладками 1 мм.

Постоянный ток. Мощность

341.Напряжение на концах проводника сопротивлением 5 Ом за 0,5 с равномерно возрастает от 0 до 20 В. Какой заряд проходит через проводник за это время?

342. На концах никелинового проводника длиной 5 м поддерживается разность потенциалов 12 В. Определить плотность тока в проводнике, если его температура 540 °С.

343. Внутреннее сопротивление аккумулятора 1 Ом. При силе тока 2 А его к.п.д. равен 0,8. Определить электродвижущую силу аккумулятора.

344.Определитьэлектродвижущую силу аккумуляторной батареи, ток короткого замыкания которой 10 А, если при подключении к ней резистора сопротивлением 2 Ом сила тока в цепи равна 1 А.

345. Электродвижущая сила аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока 3 А его к.п.д. равен 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

346. К источнику тока подключают один раз резистор сопротивлением 1 Ом, другой раз – 4 Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

347. Два одинаковых источника тока соединены в одном случае последовательно, в другом – параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом. При каком внутреннем сопротивлении источника сила тока во внешней цепи будет в обоих случаях одинаковой?

348. В схеме на рис. 2 ЭДС батареи ε = 120 В, R_3=30 Ом, R_2=60 Ом. Амперметр показывает ток 2 А. Найти мощность, выделяющуюся в сопротивлении R_1. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

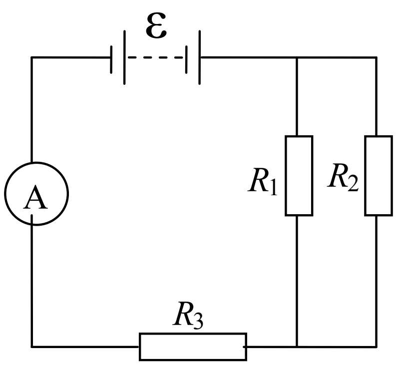


Рис. 2

349. Найти показания амперметра в схеме на рис. 2 ЭДС батареи ε =100 В, ее внутреннее сопротивление 2 Ом. Сопротивления R_1 и R_3 равны соответственно 25 Ом и 78 Ом. Мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_1=16 Вт. Сопротивлением амперметра пренебречь.

350. В схеме на рис. 3 ЭДС батареи ε =120 В, R_1 = 25 Ом, R_2 = R_3 =100 Ом. Найти мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_1. Сопротивлением батареи пренебречь.

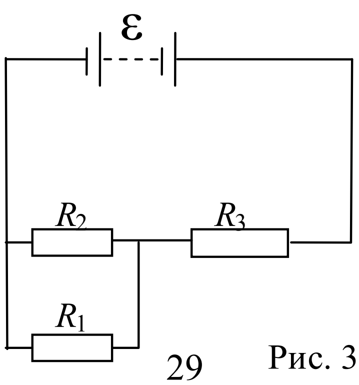


Рис. 3

2 Электромагнетизм

2.1 Основные формулы

Связь магнитной индукции B с напряженностью H магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} ,$$

где μ-магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0-магнитная постоянная. В вакууме μ=1.

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I[d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl ,$$

где $d\vec{B}$- магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I; $\vec{r}$-радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α-угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе провода.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} ,$$

где R-радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} ,$$

где h-расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0} ,$$

где r_0 - расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI \ ,$$

где n-отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на провод с током в магнитном поле (закон Ампера):

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad \text{или} \quad dF = IBdl\sin\alpha \ ,$$

где l-длина провода; α - угол между направлением тока в элементе провода и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS \ ,$$

где $\vec{n}$ единичный вектор нормали к плоскости контура; I-сила тока, протекающего по контуру; S-площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \ \text{или} \ M = p_m B\sin\alpha \ ,$$

где α - угол между направлением вектора магнитного момента плоского контура с током и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q[\vec{v}, \vec{B}] \quad \text{или} \ F = QvB\sin\alpha \ ,$$

где v-скорость заряженной частицы; α - угол между направлением вектора скорости заряженной частицы и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r},$$

где r-расстояние между I_1 и I_2.

Магнитный поток однородного магнитного поля через площадку S

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

где α - угол между направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью к площадке.

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi$$

Потокосцепление (полный поток) контура с током

$$\psi = LI,$$

где L-индуктивность контура.

Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

где N-число витков контура.

Электродвижущая сила самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n-число витков на единицу длины соленоида; V-объем соленоида.

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле

$$U = Blv\sin\alpha ,$$

где l-длина провода; α - угол между направлением вектора скорости заряженной частицы и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R} \text{ или } Q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\psi}{R},$$

где R-сопротивление контура.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$

-при замыкании цепи, где t-время, прошедшее после замыкания цепи;

$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$ -при размыкании цепи, где I_0-сила тока в цепи при t=0; t-время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля

$$W_м = \frac{LI^2}{2}$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$w_м = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

2.1 Примеры решения задач

Пример 1.Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении электрические токи силой I=60 А, расположены на расстоянии d=10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого проводниками с током в точке, отстоящей от оси одного проводника на расстоянии r_1=5 см, от другого- r_2=12см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции B в этой точке воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их (рис.1) геометрически

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

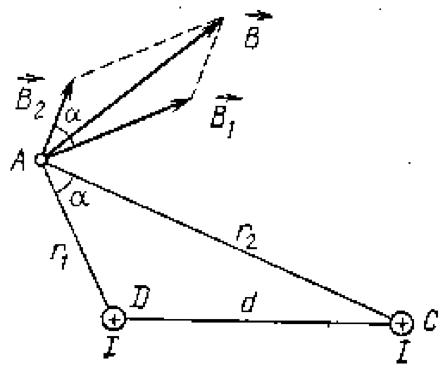


Рис.1

Модуль вектора $\vec{B}$ может быть найден по теореме косинусов

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha} \qquad (1)$$

где α - угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитные индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводников до точки

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2};$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha} \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\alpha$. Угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ равен углу между r_1 и r_2 (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Тогда по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos\alpha\ ,$$

где d-расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2} = \frac{23}{40}\ .$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления, получим

B=308 мкТл

Пример 2. Рис.2 По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной, a=10 см, течет ток силой I=5 А. Определить магнитную индукцию B поля в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное длине его стороны.

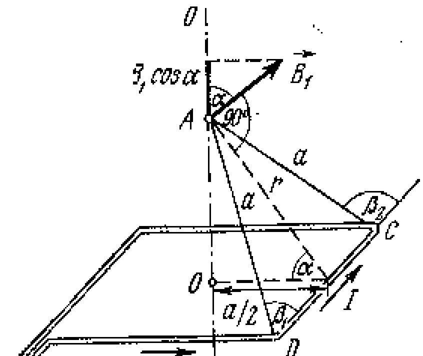


Рис.2

Решение. Искомая магнитная индукция B в точке A (рис.2) является векторной суммой индукции B_1, B_2, B_3, B_4, создаваемых в этой точке токами, текущими в каждом из четырех проводов, являющихся сторонами квадрата, т.е. $B=B_1+B_2+B_3+B_4$. Из соображений симметрии абсолютные значения всех четырех индукции одинаковы. На рис.2 изображен только один из четырех векторов B_1, соответствующий полю, создаваемому током в проводе DC.

В соответствии с правилом буравчика вектор В перпендикулярен плоскости треугольника ADC.

Результирующий вектор В будет направлен вдоль оси OO и равен сумме проекций всех векторов на направление этой оси, т.е. В=4В1cosα. Из рис.2 следует, что $\cos\alpha = 4/\sqrt{3}$, и тогда

$$B = \left(4/\sqrt{3}\right)B_1, \tag{1}$$

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника, выражается формулой

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot r}\left(\cos\beta_1 - \cos\beta_2\right) \ , \tag{2}$$

где I-сила тока в проводнике; r-расстояние от проводника до точки поля, в котором надо определить магнитную индукцию; β_1 и β_2 -углы, образованные направлением тока в проводнике и радиус векторами, проведенными от концов проводника к точке А.
В нашем случае $\beta_2=\pi-\beta_1$, следовательно, $\cos\beta_2=-\cos\beta_1$ и выражение (2) приобретает вид

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot r} 2\cos\beta_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\beta_1 .$$

Подставляем это выражение B_1 в формулу (1)

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi\sqrt{3r}}\cos\beta_1 . \tag{3}$$

Заметив, что $r = \left(\sqrt{3}/2\right)a$ и $\cos\beta_1 = 1/2$, так как $\beta_1 = 60^0$ угол равностороннего треугольника, равенство (3) перепишем в виде

$$B = 2\mu_0 I/\left(3\pi \cdot a\right). \tag{4}$$

Подставив значения величин π, μ_0, I и а в выражение (4) и произведя вычисления, получим

В=13.3 мкТл.

Пример 3. На проволочный виток радиусом r=10 см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент M_{max}=6,5 мкН. Сила тока I в витке 2А. Определить магнитную индукцию В поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение. Индукцию В магнитного поля можно определить из выражения механического момента, действующего на виток с током в магнитном поле

$$M = p_m B \sin\alpha . \qquad (1)$$

Если учесть, что максимальное значение механический момент при $\alpha = \pi / 2(\sin\alpha = 1)$, а также что $p_m = IS$, то формула (1) примет вид

$$M_{\max} = IBS .$$

Отсюда, учитывая, что $S = \pi \cdot r^2$, находим

$$B = M_{\max} / \left(\pi \cdot r^2 I\right) \qquad (2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

B=104 мкТл.

Пример 4. Квадратная рамка со стороной длиной a=2 см, содержащая N=100 витков тонкого провода, подвешена на упругой нити, постоянная кручения С которой равна 10 мкН*м/град. Плоскость рамки совпадает с направлением линии индукции внешнего магнитного поля. Определить индукцию внешнего магнитного поля, если при пропускании по рамке тока силой I=1 А она повернулась на угол α=60°.

Решение. Индукция В внешнего поля может быть найдена из условия равновесия рамки в поле. Рамка будет находиться в равновесии, если сумма механических моментов, действующих на нее, будет равна нулю

$$\sum M = 0 . \qquad (1)$$

В данном случае на рамку действуют два момента (рис.3): M_1 — момент сил, с которым внешнее магнитное поле действует на рамку с током, и M_2 — момент упругих сил, возникающих при закручивании

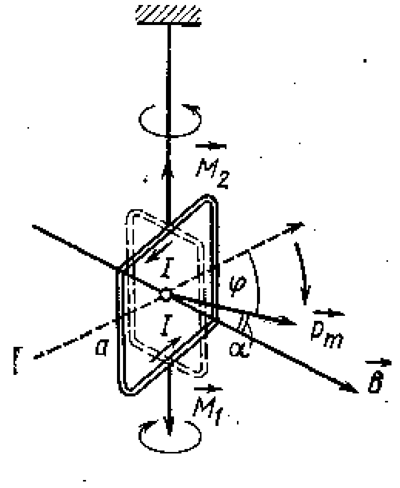


Рис.3

нити, на которой рамка подвешена. Следовательно, формула (1) может быть переписана в виде

$$M_1+M_2=0.$$

Выразив M_1 и M_2 в этом равенстве через величины, от которых зависят моменты сил, получим

$$p_m B\sin\alpha - C\varphi = 0\,. \tag{2}$$

Знак минус перед моментом M_2 ставится потому, что этот момент противоположен по направлению моменту M_1.

Если учесть, что $p_т=ISN=Ia^2N$, где I — сила тока в рамке; $S=a^2$ — площадь рамки; N — число ее витков, равенство (2) перепишем в виде

$$NIa^2 B\sin\alpha - C_\varphi = 0$$

откуда

$$B = \frac{C_\varphi}{NIa^2\sin\alpha}\,. \tag{3}$$

Из рис.3 видно, что $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$, значит, $\sin\alpha = \cos\varphi$. С учетом этого равенства (3) примет вид

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2 \cos\varphi}. \qquad (4)$$

Подставив данные в формулу (4) и произведя вычисления, получим

B=30 мТл

Пример 5. Плоский квадратный контур со стороной a=10 см, по которому течет ток силой I=100 А, свободно установился в однородном магнитном поле индукцией B=1 Тл. Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^0$; 2) $\varphi_2 = 3^0$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. На контур стоком в магнитном поле действует механический момент

$$M = p_m B \sin\varphi. \qquad (1)$$

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю (M=0), а значит $\varphi = 0$, т.е. векторы p_m и B совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла φ поворота), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме

$$dA = Md\varphi. \qquad (2)$$

Подставив сюда выражение M по формуле (1) и учтя, что $p_m = IS = Ia^2$, где I-сила тока в контуре, $S=a^2$ – площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi . \qquad (3)$$

Работу при повороте на угол $\varphi_1 = 90^0$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 . \qquad (4)$$

После вычисления по формуле (4) найдем

A=1 Дж.

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3^0$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (3) $\sin\varphi d\varphi$ на φ

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 . \qquad (5)$$

Выразим угол φ_2 в радианах

$\varphi_2=3^0=3*1,75*10^{-2}$рад=0,0525 рад.

После подстановки значений I,B,a и φ_2 в формулу (5) получим

A=1,37 мДж.

Пример 6. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=400 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией B=1,5 мТл. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Решение. 1. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F. (Действием силы тяжести можно пренебречь.) Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона сообщает электрону нормальное ускорение a_n:$F=ma_n$. Подставив сюда выражение F и a_n, получим

$$|e|\vartheta B\sin\alpha = m\vartheta^2 / R, \quad (1)$$

где e, ϑ , m-заряд, скорость, масса электрона; B-индукция магнитного поля; R-радиус кривизны траектории; α-угол между направлениями вектора скорости v и индукции B (в нашем случае $v \perp B$ и $\alpha = 90^0, \sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{mv}{|e|B}. \quad (2)$$

Входящий в выражение (2) импульс mv выразим через кинетическую энергию T электрона

$$mv = \sqrt{2mT}. \quad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $T = |e|U$. Подставив это выражение T в формулу (3), получим $mv = \sqrt{2m|e|U}$. Тогда выражение (2) для радиуса кривизны приобретает вид

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}. \quad (4)$$

После вычисления по формуле (4) найдем

R=45 мм.

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой,

$$n = \frac{v}{2\pi R},$$

Подставив R из выражения (2) в эту формулу, получим

$$n = \frac{1}{2\pi}\frac{|e|}{m}B.$$

Произведя вычисления, найдем

$$n=4{,}20*10^7\ c^{-1}.$$

Пример 7. Электрон, имея скорость v=2 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B=30 мТл под углом α=30° к направлению линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

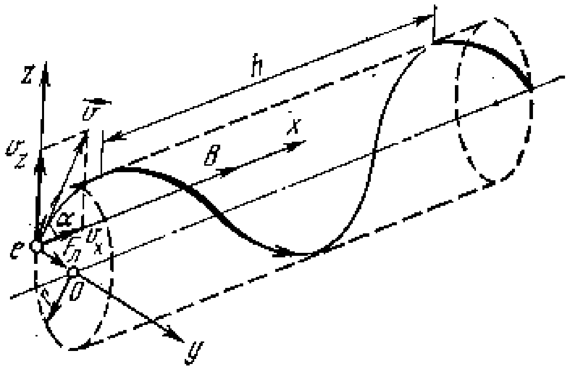


Рис.4

Решение. Известно, что на заряженную частицу, влетевшую в магнитное поле, действует сила Лоренца, перпендикулярная векторам магнитной индукции B и скорости v частицы

$$F = QvB\sin\alpha\ , \qquad (1)$$

где Q — заряд частицы.

В случае, если частицей является электрон, формулу (1) можно записать в виде

$$F = |e|vB\sin\alpha$$

Так как вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости, то модуль скорости не будет изменяться под действием этой силы. при постоянной скорости, как это следует из формулы (1), останется постоянным и значение силы Лоренца. Из механики известно, что постоянная сила, перпендикулярная скорости, вызывает движение по окружности. Следовательно, электрон, влетевший в магнитное поле, будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, со скоростью, равной поперечной составляющей v_z скорости (рис.4); одновременно он будет двигаться и вдоль поля со скоростью v_x:

$$v_z = v\sin\alpha\,, v_z = v\sin\alpha\,.$$

В результате одновременного участия в движениях по окружности и по прямой электрон будет двигаться по винтовой линии.

Радиус окружности, по которой движется электрон, найдем следующим образом. Сила Лоренца F сообщает электрону нормальное ускорение $a_п$. По второму закону Ньютона $F=ma_п$, где $F=|e|v_zB$ и $a = v_z^2 / R$. Тогда

$$|e|v_z B = \frac{mv_z^2}{R}$$

откуда после сокращения на v_z находим радиус винтовой линии:

$$R = \frac{mv_z}{|e|B}\,,\; R = \frac{mv\sin\alpha}{|e|B}$$

Подставив значения величин m, v, B и α и произведя вычисления, получим

R=0,19 мм.

Шаг винтовой линии равен пути, пройденному электроном вдоль поля со скоростью v_x за время, которое понадобится электрону для того, чтобы совершить один оборот

$$h = v_x T \qquad (2)$$

где $T = 2\pi R / v_z$ —период вращения электрона. Подставив это выражение для T в формулу (2), найдем

$$h = \frac{2\pi R v_x}{v_z} \qquad \text{или} \qquad h = \frac{2\pi R v\cos\alpha}{v\sin\alpha} = 2\pi R ctg\alpha$$

Подставив в эту формулу значения величин π, R и α и вычислив, получим

h=2,06 мм.

Пример 8. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B=0,03 Тл по окружности радиусом r=10 см. Определить скорость v электрона.

Решение. Движение электрона по окружности в однородном магнитном поле совершается под действием силы Лоренца. Поэтому можно написать

$$\frac{mv^2}{r} = |e|Bv \tag{1}$$

откуда найдем импульс электрона

$$p = mv = |e|Br \tag{2}$$

Релятивистский импульс выражается формулой

$$p = m_0 c\beta / \sqrt{1-\beta^2}$$

Выполнив преобразования, получим следующую формулу для определения скорости частицы

$$\beta = \frac{p / m_0 c}{\sqrt{1+\left(p / m_0 c\right)^2}} \tag{3}$$

В данном случае $p = |e|Br$. Следовательно

$$\beta = \frac{|e|Br / m_0 c}{\sqrt{1+\left(|e|Br / m_0 c\right)^2}} \tag{4}$$

В числитель и знаменатель формулы (4) входит выражение $|e|Br/(m_0 c)$. Вычислим его отдельно

$$|e|Br/(m_0 c) = 1{,}76$$

Подставив найденное значение отношения $|e|Br/(m_0 c)$ в формулу (4), получим

$$\beta = 0{,}871 \qquad \text{или} \qquad v = c\beta = 2{,}61*10^8 \text{ м/с.}$$

Электрон, обладающий такой скоростью, является релятивистским.

Пример 9. Определить индукцию B и напряженность H магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей N=200 витков, идет ток силой I=5 А. Внешний диаметр d1 тороида равен 30 см, внутренний d2=20 см

Решение. Для определения напряженности магнитного поля внутри тороида вычислим циркуляцию вектора H вдоль линии магнитной индукции поля: $\oint Hdl$.

Из условия симметрии следует, что линии магнитной индукции тороида представляют собой окружности и что во всех точках этой линии напряженности одинаковы. Поэтому в выражении циркуляции напряженность H можно вынести за знак интеграла, а интегрирование проводить в пределах от нуля до 2πr, где r—радиус окружности, совпадающей с линией индукции, вдоль которой вычисляется циркуляция, т. е.

$$\oint_L Hdl = H\int_0^{2\pi} dl = 2\pi \cdot r \qquad (1)$$

С другой стороны, в соответствии с законом полного тока циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна сумме токов, охватываемых контуром, вдоль которого вычисляется циркуляция

$$\oint_L Hdl = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad (2)$$

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$2\pi rH = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad (3)$$

Линия, проходящая вдоль тороида, охватывает число токов, равное числу витков тороида. Сила тока во всех витках одинакова. Поэтому формула (3) примет вид

$$2\pi \cdot rH = NI\,,$$

откуда

$$H = \frac{NI}{2\pi \cdot r} \qquad (4)$$

Для средней линии тороида $r = 1/2(R_1 + R_2) = 1/4(d_1 + d_2)$. Подставив это выражение r в формулу (4), найдем

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)} \qquad (5)$$

Магнитная индукция B_0 в вакууме связана с напряженностью поля соотношением $B_0 = \mu_0 H$. Следовательно

$$B_0 = \frac{2\mu_0 NI}{\pi(d_1 + d_2)}$$

Подставив значения величин в выражения (5) и (6), получим

H=1,37 кА/м; B0=1,6 мТл

Пример 10. Чугунное кольцо имеет воздушный зазор длиной l_0=5мм. Длина l средней линии кольца равна 1 м. Сколько витков N содержит обмотка на кольце, если при силе тока I=4 А индукция B магнитного поля в воздушном зазоре равна 0,5 Тл?

B, Тл

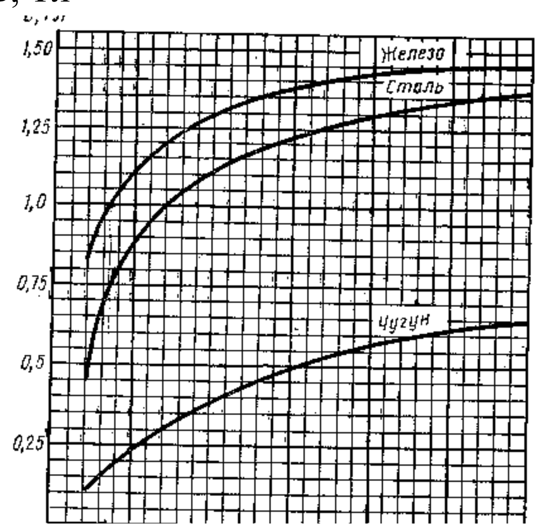


рис (5)

Рассеянием магнитного потока в воздушном зазоре можно пренебречь. Явление гистерезиса не учитывать

Решение. Пренебрегая рассеянием магнитного потока, мы можем принять, что индукция поля в воздушном зазоре равна индукции поля в чугуне. На основании закона полного тока запишем

$$IN = Hl + H_0 l_0$$

По графику (рис.5) находим, что при B=0,5 Тл напряженность H магнитного поля в чугуне равна 1,2 кА/м. Так как для воздуха μ=1, то напряженность поля в воздушном зазоре

$$H_0 = B/\mu_0 = 0{,}4 \text{ МА/м.}$$

Искомое число витков

$$N = \frac{Hl + H_0 l_0}{I} = 800.$$

Пример 11. По соленоиду течёт ток силой I=2 А. Магнитный поток Ф, пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен 4 мкВб. Определить индуктивность L соленоида, если он имеет N=800 витков.

Решение. Индуктивность L соленоида связана с потокосцеплением Ψ соотношением Ψ=LI, откуда L=Ψ/I. Заменив здесь потокосцепление Ψ его выражением через магнитный поток Ф и число витков N соленоида (Ψ=ФN), получим

$$L = \Phi N/I. \tag{1}$$

После вычитания по формуле (1) найдем

L=1,6 мГн.

Пример 12. При скорости изменения силы тока ΔL/ΔI в соленоиде, равной 50 А/с, на его концах возникает э.д.с. самоиндукции ε_i=0,08 В. Определить индуктивность L соленоида.

Решение. Индуктивность соленоида связана с э.д.с. самоиндукции и скоростью изменения силы тока в его обмотке соотношением

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t}$$

Выноса постоянную величину L за знак приращения, получим

$$\varepsilon_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Опустив знак «минус» в этом равенстве (направление э.д.с. в данном случае несущественно) и выразив интересующую нас величину— индуктивность, получим

$$L = \frac{\varepsilon_i}{\Delta I / \Delta t}.$$

Сделав вычисления по этой формуле, найдем

L=1,6 мГн.

Пример 13. На стержень из немагнитного материала длиной I=50 см намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию W магнитного поля внутри соленоида, если сила тока I в обмотке равна 0,5 А. Площадь S сечения стержня равна 2 см^2.

Решение. Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого течет ток силой I, выражается формулой

$$W = 1/2LI^2. \tag{1}$$

Индуктивность соленоида в случае немагнитного сердечника зависит только от числа витков на единицу длины и от объема V сердечника: L=$\mu_0 n^2$V, где μ_0 -магнитная постоянная. Подставив выражение индуктивности L в формулу (1), получим

$$W = 1/2\mu_0 n^2 V I^2.$$

Учтя, что V=lS, запишем

$$W = 1/2\mu_0 n^2 I^2 lS. \tag{2}$$

Сделав вычисления по формуле (2), найдем

W=126 мкДж.

Пример 14. По обмотке длинного соленоида со стальным сердечником течет ток силой I=2A. Определить объемную плотность w энергии магнитного поля в сердечнике, если число п витков на каждом сантиметре длины соленоида равно 7 см$^{-1}$.

Решение. Объемная плотность энергии магнитного поля определяется по формуле

$$w = BH/(2\mu_0) \qquad (1)$$

Напряженность H магнитного поля найдем по формуле H=nl. Подставив сюда значения п (п=7 см$^{-1}$=700 м$^{-1}$) и l, найдем

H=1400 А/м.

Магнитную индукцию B определим но графику (см. рис.5) зависимости B от H. Находим, что напряженности H=1400 А/м соответствует магнитная индукция B=1,2 Тл.

Произведя вычисление по формуле (1), найдем объемную плотность энергии:

w=840 Дж/м^3.

Пример 15. Железный сердечник длиной l=20 см малого сечения (d<<l) содержит N=200 витков. Определить магнитную проницаемость μ железа при силе тока I=0,4 А.

Решение. Магнитная проницаемость μ связана с магнитной индукцией B и напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B = \mu_0 \mu H \; . \qquad (1)$$

Эта формула не выражает линейной зависимости B от H, так как μ является функцией H. Поэтому для определения магнитной проницаемости обычно пользуются графиком зависимости B (H) (см. рис. 5). Из формулы (1) выразим магнитную проницаемость:

$$\mu = B/(\mu_0 H). \qquad (2)$$

Напряженность H магнитного поля вычислим по формуле (катушку с малым сечением можно принять за соленоид) H= nl, где n— число витков, приходящихся на отрезок катушки длиной 1 м. Выразив в этой формуле n через число N витков катушки и ее длину l, получим

$$H = (N/l)I .$$

Подставив сюда значения N, l, и I и произведя вычисления, найдем

H=400 А/м.

По графику находим, что напряженности H=400 А/м соответствует магнитная индукция B=1,05 Тл. Подставив найденные значения B и H, а также значение μ_0 в формулу (2), вычислим магнитную проницаемость:

μ=2,09*10^3.

Пример 16. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью S=100 $см^2$ каждая и катушки с индуктивностью L=1 мкГн, резонирует на волну длиной λ=10 м. Определить расстояние d между пластинами конденсатора.

Решение. Расстояние между пластинами конденсатора можно найти из формулы электроемкости плоского конденсатора $C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d$, где ε-диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей конденсатор, откуда

$$d = \varepsilon_0 \varepsilon S / C . \qquad (1)$$

Из формулы Томсона, определяющей период колебаний в электрическом контуре: $T = 2\pi\sqrt{LC}$, находим электроемкость

$$C = T^2 / (4\pi^2 L). \qquad (2)$$

Неизвестный в условии задачи период колебаний можно определить, зная длину волны λ, на которую резонирует контур. Из соотношения λ =cT имеем

Подставив выражения периода T в формулу (2), а затем электроемкости C в формулу (1), получим

$$d = c^2 \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 SL}{\lambda^2}$$

Произведя вычисления, найдем

d=3,14 мм.

Пример 17. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью L=1,2 мГн и конденсатора переменной электроемкости от C_1=12 пФ до C_2=80 пФ. Определить диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре. Активное сопротивление контура принять равным нулю.

Решение. Длина λ электромагнитной волны, которая может вызвать резонанс в колебательном контуре, связана с периодом T колебаний контура соотношением

$$\lambda = cT . \qquad (1)$$

Период колебаний, в свою очередь, связан с индуктивностью L катушки и электроемкостью C конденсатора колебательного контура соотношением: $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Следовательно

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} \qquad (2)$$

Согласно условию задачи, индуктивность контура неизменна, а электроемкость контура может изменяться в пределах от C_1 до C_2. Этим значениям электроемкости соответствуют длины волн λ_1 и λ_2, определяющие диапазон длин волн, которые могут вызвать резонанс. После вычислений по формуле (2) получим:

$$\lambda_1=226 \text{ м}; \lambda_2=585 \text{ м}.$$

Таблица 4– Варианты контрольных работ

Вариант	Номера задач				
1	401	420	429	438	447
2	402	411	430	439	448
3	403	412	421	440	449
4	404	413	422	431	450
5	405	414	423	432	441
6	406	415	424	433	442
7	407	416	425	434	443
8	408	417	426	435	444
9	409	418	427	436	445
10	410	419	428	437	446
11	401	411	422	433	444
12	402	420	421	432	443
13	403	419	430	431	442
14	404	418	429	440	441
15	405	417	428	439	450
16	406	416	427	438	449
17	407	415	426	437	448
18	408	414	425	436	447
19	409	413	424	435	446
20	410	412	423	434	445
21	401	416	426	436	446
22	402	418	428	438	442
23	403	420	424	432	448
24	404	414	430	434	444
25	405	412	422	440	443
26	406	411	421	433	450
27	407	413	423	431	441
28	408	415	425	435	445
29	409	419	427	437	447
30	410	417	429	439	449

2.4 Контрольная работа

Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

401. Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому идет ток силой 10 А. Радиус кольца равен 5 см.

402. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка радиусом 8 см равна 30 А/м. Определить напряженность на оси витка в точке, расположенной на расстоянии 6 см от центра витка.

403. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток силой 50 А. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние 5 см от проводника.

404. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка 2 см, токи в витках 5 А. Найти напряженность магнитного поля в центре этих витков.

405. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом 120^0 течет ток 50 А. Найти магнитную индукцию в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины его на расстоянии 5 см.

406. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток силой 60 А Длины сторон прямоугольника равны 30 см и 40 см. Определить магнитную индукцию в точке пересечения диагоналей.

407. По обмотке очень короткой катушки радиусом 16 см течет ток силой А. Сколько витков проволоки намотано на катушку, если напряженность магнитного поля в ее центре равна 800А/м?

408. По квадратной рамке со стороной 0,2 м течет ток, который создает в центре рамки магнитное поле напряженностью 4,5 А/м. Определить силу тока в рамке.

409. По квадратной рамке со стороной 0,2 м течет ток 4 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре рамки.

410. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большого витка 12 см, меньшего 8 см. Напряженность поля в центре витков равна 50 А/м, если токи текут в одном направлении, и нулю, если в противоположном. Определить силу токов, текущих по круговым виткам.

Силы Ампера. Магнитный момент

411. В однородном поле с индукцией 0,01 Тл находится прямой провод длиной 8 см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течет ток силой 2 А. Под действием сил поля, провод переместился на расстояние 5 см. Найти работу сил поля.

412. По двум параллельным проводам длиной 2,5 м каждый, находящимся на расстоянии 20 см друг от друга, текут одинаковые токи силой 1кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

413. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной 2 м каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии 20 см. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток силой 10 кА.

414. По витку радиусом 5 см течет ток силой 10 А. Определить магнитный момент кругового тока.

415. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка равна 200 А/м. Магнитный момент витка равен 1 Ам . Вычислить силу тока в витке и радиус витка.

416. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. По проводу длиной 70 см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток 70 А. Найти силу, действующую на провод.

417. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам текут токи: 20 А и 30 А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния 20 см?

418. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут токи одинаковые токи в одном направлении. Найти токи, текущие по каждому их проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников) 55мкДж/м.

419. Из проволоки, длиной 20 см, сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил, действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией 0,4 Тл. По контурам течет ток 2 А. Плоскость каждого контура составляет угол 45^0 с направлением поля.

420. Квадратный контур со стороной 10 см, по которому течет ток 50 А, свободно установился в однородном магнитном поле

10 мТл. Определить изменение потенциальной энергии контура при повороте вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол 180^0.

Движение заряда в электромагнитном поле

421. Вычислить радиус дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией 15 мТл, если скорость протона равна 5 Мм/с.

422. Электрон движется в магнитном поле с индукцией 0,02 Тл по окружности 1 см. Определить кинетическую энергию электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

423. Заряженная частица, обладающая скоростью 2 10^6 м/с, влетела в однородное поле с индукцией 0,52 Тл. Найти отношение Q/m заряда частицы к ее массе, если частица описала дугу окружности радиусом 4 см. По этому отношению определить, какая это частица.

424. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией 0,3 Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус.

425. Ион с кинетической энергией 1 кэВ попал в однородное магнитное поле с индукцией 21мТл и стал двигаться по окружности радиусом 5 см. Определить магнитный момент эквивалентного кругового тока.

426. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить силу, действующую на электрон со стороны поля, если радиус кривизны траектории равен 0,5 см.

427. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью 10 кА/м. Вычислить период вращения электрона.

428. Электрон с энергией 300 эВ движется перпендикулярно линиям магнитной индукции однородного магнитного поля напряженностью 465 А/м. Определить силу Лоренца, скорость и радиус кривизны траектории электрона.

429. На расстоянии 5 мм параллельно прямолинейному длинному проводнику движется электрон с кинетической энергией 1 кэВ. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток
1 А?

430. Альфа-частица, имеющая скорость 2 Мм/с, влетает под углом 30^0 к сонаправленному магнитному (B=1 мТл) и

электрическому (E=1 кВ/м) полям. Определить ускорение альфа-частицы.

Закон электромагнитной индукция

431. Прямой провод длиной 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 5 м/с, перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию магнитного поля.

432. Прямой провод длиной 10 см помещен в однородном поле с индукцией 1 Тл. Концы его замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи равно 0,04 Ом. Какая мощность потребуется для того, чтобы двигать провод перпендикулярно линиям индукции со скоростью 20м/с?

433. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от 0 до 3 А в течение времени 10 с. Определить заряд, прошедший в проводнике.

434. Проволочный виток радиусом 4 см, имеющий сопротивление 0,01 Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией
0,04 Тл . Плоскость рамки составляет угол 30^0 с линиями индукции поля. Какое количество электричества протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

435. На концах крыльев самолета размахом 20 м, летящего со скоростью 900 км/ч, возникает электродвижущая сила индукции
0,06 В. Определить вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли.

436. Проводник с током 1 А длиной 0,3 м равномерно вращается вокруг оси, проходящей через его конец, в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля напряженностью 1 кА/м. За одну минуту вращения совершается работа 0,1 Дж. Определить угловую скорость вращения проводника.

437. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл движется проводник длиной 10 см. Скорость движения проводника 15 м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Найти индуцированную в проводнике э.д.с.

438. На соленоид длиной 20 см и диаметром 4 см, имеющий плотную трехслойную обмотку из провода диаметром 0,1 мм, по которой течет ток 0,1 А, надето изолированное кольцо того же диаметра. Определить э.д.с. индукции в кольце и э.д.с. в соленоиде, если за 0,01 секунд ток в его обмотке равномерно снижается до нуля.

439. Катушка из 100 витков площадью 15 $см^2$ вращается с частотой 5 Гц в однородном магнитном поле индукцией 0,2 Тл. Ось

вращения перпендикулярна оси катушки и линиям индукции поля. Определить максимальную электродвижущую силу индукции в катушке.

440. Кольцо из медного провода массой 10 г помещено в однородное магнитное поле с индукцией 0,5 Тл так, что плоскость кольца составляет угол 60^0 с линиями магнитной индукции. Определить заряд, который пройдет по кольцу, если снять магнитное поле.

Индуктивность

441. По катушке, индуктивность L которой равна 0,03 мГн, течет ток силой 0,6 А. При размыкании цепи, сила тока изменяется практически до нуля за время 120 мкс. Определить среднюю э.д.с. самоиндукцией, возникающую в контуре.

442. Соленоид индуктивностью 4 мГн содержит 600 витков. Определить магнитный поток, если сила тока, протекающего по обмотке, равна 12 А.

443. В цепи шел ток силой 50 А. Источник тока можно отключить от цепи, не разрывая ее. Определить силу тока в этой цепи через 0,01с после отключения тока. Сопротивление цепи равно 20 Ом, ее индуктивность 0,1 Гн.

444. Индуктивность соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 0,5 мГн. Длина соленоида равна 0,6 м, диаметр 2 см. Определить отношение числа витков соленоида к его длине.

445. Магнитный поток сквозь соленоид (без сердечника) 5 мкВб. Найти магнитный момент соленоида, если его длина 25 см.

446. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой 1 $мм^2$. Длина соленоида 25 см; его сопротивление 0,2 Ом. Найти индуктивность соленоида.

447. Катушка длиной 20 см и диаметром 3 см имеет 400 витков. По катушке идет ток 2 А. Найти индуктивность катушки и магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

448. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,8 Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью 15 рад/с. Площадь рамки 150 $см^2$. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол 30^0 с направлением магнитного поля. Найти максимальную э.д.с. индукции во вращающейся рамке.

449. Горизонтальный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось

вращения параллельна магнитному полю, индукция которого 50 мкТл. При какой частоте вращения стержня разность потенциалов на концах этого стержня 1 мВ?

450. Катушка имеет индуктивность 0,2 Гн и сопротивление 1,64 Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время 0,05 с после того, как э.д.с. выключена и катушка замкнута накоротко?

Литература

1 Трофимова Т.И. Курс физики. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с.

2 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1989. – Т.1. – 350 с.

3 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1988. – Т.2. – 496 с.

4 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1989. – Т.3. – 496 с.

5 Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М. : Наука, 1996. – 622 с.

6 Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М. : Высшая школа, 2000. – 608 с.

7 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 2000. – 486 с.

8 Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М. : Высшая школа, 1981. – 496 с.

9 Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по общему курсу физики с решениями. М. : Высшая школа, 2001. – 303 с.

Приложение А
(справочное)

Таблица А.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначения	Числовое значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	6,67*10^{-11} м^3/(кг*с)^2
Постоянная Авогадро	N_A	6,02*10^{23} моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль*К)
Постоянная Больцмана	k	1,38*10^{-23} Дж/К
Объем одного моля идеального газа при нормальных условиях (T_0=273,15 K, p_0=101325 Па)	V_0	22,4*10^{-3} м^3/моль
Элементарный заряд	e	1,60*10^{-19} Кл
Масса покоя электрона	m_e	9,1*10^{-31}кг
Постоянная Фарадея	F	9,65 Кл/моль
Скорость света в вакууме	C	3*10^8 м/с
Постоянная Стефана–Больцмана	σ	5,67*10^{-8} Вт/(м^2*К^4)
Постоянная Вина в первом законе (смещения)	b_1	2,89*10^{-3} м*К
Постоянная Вина во втором законе	b_2	1,30*10^{-5} Вт/(м^3*К^5)
Постоянная Планка	h $\hbar$	6,63*10^{-34} Дж*с 1,05*10^{-34} Дж*с
Постоянная Ридберга	R	1,097*10^7 м$^{-1}$
Боровский радиус	a	0,529*10^{-10}м
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	2,43*10^{-12} м
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,18*10^{-18} Дж= =13,6 эВ
Атомная единица массы	а.е.м.	1,660*10^{-27}кг
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.		931,50 МэВ
Электрическая постоянная	ε_0	8,85*10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4π*10^7 Гн/м
Магнетон Бора	μ_B	9,27*10^{-24} Дж/Тл
Ядерный магнетон	μ_N	5,05*10^{-27} Дж/Тл

Таблица А.2 – Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли (среднее значение)	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}96 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца (среднее значение)	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны (среднее значение)	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Земли и Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м
Среднее расстояние между центрами Солнца и Земли	$1{,}5 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27сут 7ч 43мин

Таблица А.3 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, $\rho \cdot 10^{3}$ кг/м^{3}
Вода (при 4^{0}С)	1,00
Масло	0,9
Глицерин	1,26
Ртуть	13,6
Керосин	0,8
Спирт	0,8
Сероуглерод	1,26
Эфир	0,7

Таблица А.4 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газы	Плотность, кг/м^{3}
Азот	1,25
Воздух	1,29
Аргон	1,78
Гелий	0,18
Водород	0,09
Кислород	1,43

Таблица А.5 – Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72
Мыльная пена	40
Ртуть	500
Спирт	22

Таблица А.6 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, $\rho*10^3$кг/м^3	Твердое тело	Плотность, $\rho*10^3$кг/м^3
Алюминий	2,7	Марганец	7,4
Барий	3,5	Медь	8,8
Ванадий	6,02	Никель	8,8
Висмут	9,8	Нихром	8,4
Вольфрам	19,75	Платина	21,4
Железо (сталь)	7,85	Свинец	11,3
Каменная соль	2,2	Серебро	10,5
Константан	8,9	Уран	18,7
Лед	0,92	Цезий	1,9
Литий	0,53	Цинк	7,15
Латунь	8,85	Фарфор	2,3
		Золото	19,3

Таблица А.7 – Удельная теплота плавления

Твердое тело	Теплота плавления, $\lambda*10^{-4}$Дж/кг
Лед	33,5
Свинец	2,3

Таблица А.8 – Эффективный диаметр молекулы газов

Молекула газа	Диаметр, $d*10^{-10}$ м
Азот	3,1
Водород	2,3
Аргон	3,6
Гелий	1,9
Воздух	3,0
Кислород	2,9
Пары воды	3

Таблица А.9 – Удельная теплота парообразования

Жидкости	Теплота парообразования, $*10^{-5}$Дж/кг
Вода	22,5
Эфир	6,68

Таблица А.10 – Удельная теплоемкость

Вещество	Теплоемкость, $c*10^{-2}$ Дж/(кг*К)
Вода	41,9
Лед	21,0
Нихром	2,20
Свинец	1,26

Таблица А.11 – Удельное сопротивление

Твердое тело	Сопротивление, $\rho*10^{-8}$ Ом*м
Вольфрам	5,5
Нихром	110
Железо	9,8
Медь	1,7
Никелин	40
Серебро	1,6
Алюминий	2,6
Графит	390

Таблица А.12 – Диэлектрическая проницаемость (относительная) вещества

Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Вода	81,0
Бакелит	4,0
Парафин	2,0
Трансформаторное масло	2,2
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Эбонит	3,0
Фарфор	5,0

Таблица А.13 – Температурный коэффициент сопротивления проводников

Проводник	Коэффициент, α *10^{-3} .$К^{-1}$
Вольфрам	5,2
Медь	4,2
Никелин	0,1
Алюминий	3,6
Графит	-0,8
Железо	6,2

Таблица А.14 – Энергия ионизации

Вещество	E_i *10^{-18}, Дж	E_i, *эВ*
Водород	2,18	13,6
Гелий	3,94	24,6
Литий	12,1	75,6
Ртуть	1,66	10,4

Таблица А.15 – Потенциал ионизации

Вещество	Потенциал, эВ
Водород	13,6
Ртуть	10,4

Таблица А.16 – Подвижность ионов в газах

Газ	Положительные ионы b_+*10^{-4} $м^2$/ (В*с)	Отрицательные ионы b_-*10^{-4} $м^2$/ (В*с)
Азот	1,27	1,81
Водород	5,4	7,4
Воздух	1,4	1,9

Таблица А.17 – Показатель преломления

Вещество	Показатель
1	2
Алмаз	2,42
Каменная соль	1,54
Скипидар	1,48

Продолжение таблицы А.17

1	2
Вода	1,33
Кварц	1,55
Стекло	1,50
Глицерин	1,47
Сероуглерод	1,63
Масло коричневое	1,60

Таблица А.18 – Интервалы длин волн, соответствующие различным цветам спектра

Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	400-450
Синий	450-480
Голубой	480-500
Зеленый	500-560
Желтый	560-590
Оранжевый	590-620
Красный	620-760

Таблица А.19 Масса m_0 и энергия E_0 покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частицы	m_0, масса		E_0, энергия	
	а.е.м.	10^{-27}, кг	МэВ	10^{-10}, Дж
Электрон	$5{,}486 \cdot 10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00081
Протон	1,00728	1,6724	938,23	1,50
Нейтрон	1,00867	1,6748	939,53	1,51
Дейтрон	2,01355	3,35	1876,5	3,00
α-частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96
Нейтральный π-мезон	0,14526	0,241	135	0,216

Таблица А.20 Работа выхода электронов из металла

Металл	Работа выхода, эВ	Работа выхода, $A \cdot 10^{-19}$ Дж
1	2	3
Алюминий	3,7	5,92

Продолжение таблицы А.20

1	2	3
Платина	6,3	10
Вольфрам	4,5	7,2
Цезий	2,0	3,2
Литий	2,3	3,7
Цинк	4,0	6,4
Серебро	4,7	7,5
Медь	4,4	7,04
Никель	4,8	7,68
Калий	2,2	3,5
Рубидий	2,1	3,4

Таблица А.21 Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

Элемент	Символ	Период
Кальций	${}^{45}_{20}Ca$	164 суток
Стронций	${}^{90}_{38}Sr$	27 лет
Полоний	${}^{210}_{84}Po$	138 суток
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,82 суток
Уран	${}^{235}_{92}U$	$7{,}1 * 10^8$ лет
Уран	${}^{238}_{92}U$	$4{,}5 * 10^9$ лет
Радий	${}^{226}_{86}Ra$	1620 лет
Водород	${}^{3}_{1}H$	12 лет
Актиний	${}^{225}_{89}Ac$	10 суток
Йод	${}^{131}_{53}I$	8 суток
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 года
Магний	${}^{27}_{12}Mg$	10 мин
Фосфор	${}^{32}_{15}\mathrm{P}$	14,3 суток
Церий	${}^{144}_{58}\mathrm{Ce}$	285 суток
Иридий	${}^{192}_{77}\mathrm{Ir}$	75 суток

Таблица А.22 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Приставка		Множитель
наименование	обозначение	
экса	Э	10^{18}
пета	П	10^{15}
тера	Т	10^{12}
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
дека	да	10^{1}
деци	д	10^{-1}
санти	с	10^{-2}
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}
фемта	ф	10^{-15}
атто	а	10^{-18}

О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, которыми приходится оперировать при решении физических задач, являются большей частью приближенными, поэтому при вычислениях нужно придерживаться следующих правил:

1) Достаточно производить вычисления с числами, содержащими не более знаков, чем в исходных данных, так как с помощью вычислений невозможно получить результат более точный, чем исходные данные.

2) При сложении или вычитании чисел, имеющих различную точность, более точное должно быть округлено до точности менее точного. Например:

$$9{,}6 + 0{,}176 = 9{,}6 + 0{,}2 = 9{,}8; \qquad 100{,}8 - 0{,}4 = 100{,}4.$$

3) При умножении (делении) следует округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом значащих цифр. Например:

$$342*378=129*10^3, \text{ но не } 129276 \text{ и не } 129300;$$

$$0{,}148*0{,}183=7{,}65*10^3, \text{ но не } 0{,}0076494;$$

$$0{,}350*3=0{,}117, \text{ но не } 0{,}11667.$$

4) При извлечении корня n—степени, результат должен иметь столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное выражение. Например

$$\sqrt[3]{1{,}33*10^{-27}} = 1{,}10*10^{-3}.$$

5) Когда число мало отличается от единицы, можно пользоваться приближенными формулами.

Если a, b, c — малы по сравнению с единицей (меньше 0,05), то

$$(1\pm a)(1\pm b)(1\pm c)\approx 1\pm a\pm b\pm c;$$

$$\sqrt{1\pm a}\approx 1\pm a/2$$

$$(1\pm a)^n\approx 1\pm na;$$

$$\frac{1}{(1\pm a)^n}\approx 1\mp an$$

$$\frac{1}{1\pm a}\approx 1\mp a$$

$$e^n\approx 1+n;$$

$$\ln(1\pm a)\approx \pm a$$

6) Если угол α<10°, то $\sin\alpha = \mathrm{tg}\,\alpha = \alpha$ (в радианах). Соблюдая эти правила, студент экономит время на вычисление искомых величин при решении физических задач.

Производные некоторых функций

Производная от постоянной величины

$$y=C, \quad y^{/}=0$$

Производная от степенной функции

$$y=x^{\mu},\ y^{/}=\mu\cdot x^{\mu-1}$$

В частности

$$y=1/x;\ y^{/}=-1/x^2;$$

$$y=\sqrt{x}=x^{1/2},\quad y^{/}=1/(2\sqrt{x})$$

Производная от показательной функции

$$y=a^x;\quad y^{/}=a^x\ln a$$

В частности

$$y=e^x;\quad y^{/}=e^x$$

Производная от логарифмической функции

$$y=\log_a x,\qquad y^{/}=\log_a e/x$$

В частности, для натурального логарифма

$$y=\ln x,\qquad y^{/}=1/x$$

Производная от тригонометрических функций

$$y=\sin x\qquad y^{/}=\cos x,$$

$$y=\cos x\qquad y^{/}=-\sin x,$$

$$y=\mathrm{tg}x\quad y^{/}=1/\cos^2 x$$

Производная от обратных тригонометрических функций

$$y=\arcsin x\qquad y^{/}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

y =arccosx $\quad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

y=arctgx $\quad y' = \frac{1}{1-x^2}$

Таблица основных интегралов

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq 1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

Содержание