Министерство образования и науки Республики Казахстан

Павлодарский государственный университет
им. С.Торайгырова

Факультет физики, математики и информационных
технологий

Кафедра общей и теоретической физики

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методические указания к выполнению контрольных работ
по физике для студентов заочной формы обучения

Павлодар

УДК 531+539.1+536 (07)
ББК 22.3я7
М 55

Рекомендовано ученым советом ПГУ им. С. Торайгырова

Рецензент:
Профессор ПГПИ, кандидат педагогических наук, доцент
Алинова М.Ш.

Составители: Биболов Ш.К., Ильясова Г.С., Жукенов М.К.,
Досумбеков К.Р., Билялова А., Ботаева А.С.

М 55 Механика. Молекулярная физика и термодинамика: Методические указания к выполнению контрольных работ по физике для студентов заочной формы обучения / сост. Биболов Ш.К., Ильясова Г.С., Жукенов М.К., Досумбеков К.Р., Билялова А., Ботаева А.С. – Павлодар, 2006. – 77 с.

В методическом указании приводятся рекомендации по выполнению контрольных работ по дисциплине «Физика», приведены варианты контрольных работ.

Методическое указание разработано в соответствии с типовой учебной программой по техническим и технологическим специальностям и направлениям подготовки. Утверждена и введена в действие Приказом №541 Министерства образования и науки Республики Казахстан от 10 июля 2002г.

УДК 531+539.1+536 (07)
ББК 22.3я7

Введение
Общие методические указания

1 За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить на кафедру общей и теоретической физики, в зависимости от специальности: одну, две или три контрольные работы.

2 Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

3 Контрольные работы нужно выполнять ручкой в школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения о студенте (образцы заполнения брать на кафедре общей и теоретической физики)

4 Условия задач в контрольной работе надо переписывать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателей на страницах тетради оставлять поля.

5 Контрольную работу на рецензию приносить на кафедру общей и теоретической физики, где ее регистрируют и проверяют.

6 Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались не правильными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

7 Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзаменов дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

8 Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это необходимо, дать чертеж.

9 Решить задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

10 После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

11 Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые

значения однородных величин стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

12 При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти.

1 Механика

1.1 Основные формулы

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором

$$\vec{r} = \vec{i}\,x + \vec{j}y + \vec{k}z\,,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений Ох, Оу, Oz;

Мгновенная скорость

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\,\upsilon_x + \vec{j}\,\upsilon_y + \vec{k}\upsilon_z;$$

Абсолютное значение (модуль) скорости

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2;}$$

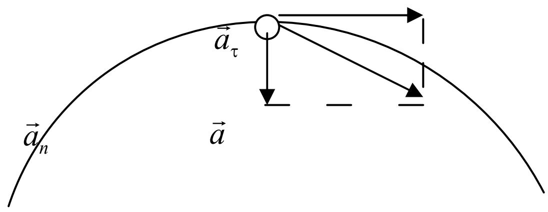
Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{i}\,a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z;$$

Абсолютное значение (модуль) ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2.}$$

При криволинейном движении $\vec{a}$ ускорение можно представить как сумму нормальной $\vec{a}_n$ и тангенциальной $\vec{a}_\tau$ составляющих



$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau\,.$$

Абсолютное значение этих ускорений

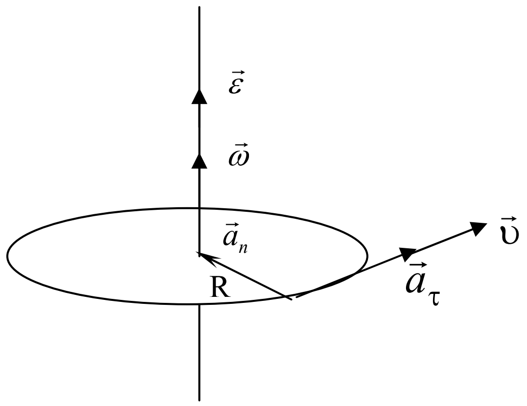
$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}; \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}; \qquad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения (a=const) вдоль оси x

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2};$$

Скорость точки при равнопеременном движении

$$\upsilon = \upsilon_0 + at$$



Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt}$$

Связь между углом поворота и перемещением

$$s = \varphi R$$

Связь между линейными и угловыми скоростями

$$\upsilon = \omega R, \vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\vec{R}\right]$$

Связь между линейными ускорениями и угловыми величинами

$$a_\tau = \varepsilon R, \qquad \vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\vec{R}\right]$$

$$a_n = \omega^2 R, \qquad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}$$

Частота вращения

$$n = \frac{N}{t} \qquad \text{или} \qquad n = \frac{1}{T},$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения (ε=const)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; t – время.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i,$$

если m=const, то

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

Координаты центр масс системы материальных точек

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

где m_i – масса i-ой материальной точки; x_i, y_i, z_i – ее координаты.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, r – расстояние между ними.

Сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

g – ускорение свободного падения.

Сила упругости (закон Гука)

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость), x – абсолютная деформация.

Сила трения скольжения

$$F = \mu N,$$

μ - коэффициент трения, N – сила нормального давления.

Работа, совершаемая постоянной силой

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r}, \qquad \Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r}\cos\alpha,$$

где α – угол между направлениями $\vec{F}$ силы и $\Delta\vec{r}$ пермещения.

Работа, совершаемая переменной силой

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha dr,$$

где интегрирование производится по траектории L .

Мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, N = F\upsilon\cos\alpha,$$

Кинетическая энергия материальной точки

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2}, \qquad T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$\Pi = \frac{1}{2} kx^2.$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту h

$$\Pi = mgh,$$

эта формула выполняется при $h \ll R$, где R – радиус Земли.

Закон сохранения энергии (при отсутствии диссипативных сил, например силы трения)

$$T + \Pi = const.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения (относительно неподвижной оси)

$$Mdt = d(J\omega),$$

где M – момент силы, действующей на тело в течение времени dt; J – момент инерции тела; ω – угловая скорость; Jω – момент импульса.

Момент силы

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки в точку приложения $\vec{F}$.

Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент импульса

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки до вектора импульса $\vec{p}$.

В случае постоянного момента инерции

$$M = J\varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение.

Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$L = J\omega.$$

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции твердого тела

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние элемента массы Δm_i от оси вращения.

Если тело однородно, т.е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то

$$dm = \rho dV, \qquad J = \int \rho r^2 dV,$$

где V – объем тела.

Моменты инерции некоторых тел

Тело	Ось, относительно которой определяется момент инерции	Формула момента инерции
1	2	3

Продолжение таблицы

1	2	3
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l	Проходит через центр тяжести стержня, перпендикулярно стержню. Проходит через конец стержня перпендикулярно стержню.	$\frac{1}{12}ml^2$ $\frac{1}{3}ml^2$
Круглый однородный диск (цилиндр), радиусом R и массой m	Проходит через центр диска, перпендикулярно плоскости основания	$\frac{1}{2}mR^2$
Однородный шар, массой m и радиусом R	Проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела, параллельно заданной оси; a – расстояние между осями; m – масса тела.

Закон сохранения момента импульса для одного тела, момент инерции которого меняется

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

где J_1 и J_2 – начальный и конечный моменты инерции; ω_1 и ω_2 – начальная и конечная угловые скорости тела.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела

$$N = M\omega$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{1}{2}J\omega^2$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения

$$T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}J\omega^2,$$

где $\frac{1}{2}\mathrm{m}\upsilon^2$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; υ – скорость центра инерции тела; $\frac{1}{2}\mathrm{J}\omega^2$ - кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h

$$p = \rho g h,$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда

$$\mathrm{F_A} = \rho \mathrm{g} \mathrm{V},$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности

$$Sv = const,$$

где S – площадь поперечного сечения трубки; υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стацинарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const,$$

где p – статическое давление жидкости для определенного сечения трубки; v – скорость жидкости для этого же сечения; $\frac{\rho v^2}{2}$ –

динамическое давление жидкости для этого же сечения; h – высота, на которой расположено сечение; ρgh – гидростатическое давление.

Формула Торичелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде

$$\upsilon = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик

$$F = 6\pi\eta r\upsilon,$$

где r – радиус шарика, υ – его скорость, η– вязкость.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}},$$

где τ – промежуток времени между событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами; τ′ – промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный покоящимися часами.

Релятивистское (лоренцево) сокращение

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}},$$

где l_0 - длина стержня, измеренная в системе отсчета, относително которой стержень покоится (собственная длина); l - длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью υ.

Релятивистский закон сложения скоростей

$$\vec{u} = \frac{\vec{\upsilon} + \vec{V}}{1 + \frac{\vec{\upsilon}\vec{V}}{c^2}},$$

где $\vec{u}$ – скорость тела в лабораторной (неподвижной) системе; $\vec{\upsilon}$ – относительная скорость.

Масса релятивистской частицы и релятивистский импульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}, \qquad p = \frac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}},$$

где m_0 –масса покоя.

Полная и кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T, \qquad T = (m - m_0)c^2.$$

Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \qquad pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}.$$

1.2 Примеры решения задач

Пример 1. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 3,13 м/с. Когда оно достигло верхней точки полета, из того же начального пункта с такой же начальной скоростью брошено второе тело. Не учитывая сопротивления воздуха, определить, на каком расстоянии от точки бросания встретятся тела.

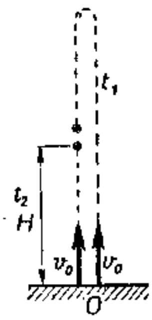


Рис. 1

Решение. а) Делаем чертеж (рис. 1). Отмечаем на нем траекторию движения первого и второго тела. Выбрав начало отсчета в точке O, указываем начальную скорость тел υ_0, высоту H, на которой произошла встреча, и время t_1 и t_2 движения каждого тела до момента встречи. (Чтобы не загромождать чертеж, скорость тел в момент встречи не указана.)

б) Формула перемещения тела, брошенного вертикально вверх, дает значение высоты над уровнем отсчета для любого момента времени движения независимо от того, поднимается ли тело или падает после подъема, поэтому для первого тела уравнение движения

$$H = \vartheta_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2};$$

для второго

$$H = \vartheta_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2}.$$

Третье уравнение составляем, исходя из того условия, что второе тело брошено позднее первого на время максимального подъема

$$t_1 - t_2 = \frac{\vartheta_0}{g}.$$

Решая систему трех уравнений относительно H, получаем

$$H = \frac{3}{4} \cdot \frac{\vartheta_0^2}{2g} \approx 0{,}37 м.$$

Пример 2. Через блок радиусом R (рис. 2) переброшена нить, на концах которой находятся два груза, установленные на одном уровне. Предоставленные самим себе, грузы приходят в равноускоренное движение и спустя время t, один из них оказывается над другим на высоте H.

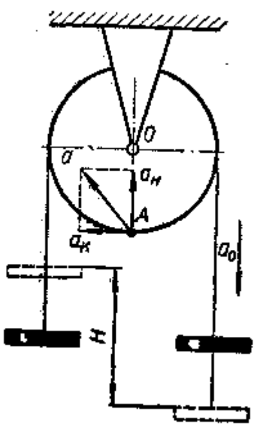


Рис. 2

Определить угол поворота блока, его угловую скорость и величину полного линейного ускорения точки А в конце времени t. Проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

Решение. а) Проставляем на чертеже перемещение грузов H за время t и, приняв за начало отсчета движения блока точку О, расставляем векторы касательного $a_к$, нормального $a_н$ и полного а ускорений точки А. Так как по условию задачи нить по блоку не проскальзывает, то касательное ускорение всех точек, лежащих на ободе, в точности равно ускорению грузов: $a_к = a_0$.

б) Поскольку движение грузов равноускоренное, и за время t они сместятся относительно друг друга на расстояние H, уравнение движения для каждого груза будет иметь вид

$$\frac{H}{2} = \frac{a_0 t^2}{2} \qquad (1)$$

так как ускорение у них одинаковое, и каждый из грузов проходит расстояние $\frac{H}{2}$.

в) Записываем уравнения вращательного движения блока

$$\omega = \varepsilon t \text{ и } \varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad (2)$$

учитывая, что блок вращается равноускоренно.
Угловая скорость ω и угловое ускорение ε блока связаны с нормальным и касательным ускорениями точки А формулами

$$\varepsilon = \frac{a_н}{R} \text{ и } a_н = \omega^2 R \qquad (3)$$

Полное ускорение точки А равно

$$a = \sqrt{a_н^2 + a_к^2} \qquad (4)$$

г) По условию задачи нам известны R, t и H, поэтому в составленной системе уравнений неизвестными являются $a_н$, $a_к$, a_0, ω, ε, φ, a. Решая уравнения совместно, относительно искомых неизвестных ω, φ, a, получим:

$$\omega = \frac{H}{Rt}\,;\ \varphi = \frac{H}{2R}\,;$$

$$a = \frac{\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}^2 + R^2}}{\mathrm{Rt}^2}.$$

Пример 3. Какую скорость относительно поверхности земли должен иметь искусственный спутник, чтобы лететь по круговой орбите, расположенной в плоскости экватора, на высоте 1600 км над Землей? Радиус Земли принять равным 6400 км, ускорение свободного падения g на ее поверхности 9,8 м/сек^2.

Решение. Если пренебречь силами притяжения, действующими на спутник со стороны небесных тел, и не учитывать сопротивление среды, можно с достаточной степенью точности считать, что на спутник при его движении действует только сила земного притяжения P. Под действием силы земного притяжения спутник равномерно движется по окружности, следовательно, эта сила изменяет только направление вектора скорости и является, в данном случае, центростремительной силой. Согласно второму закону динамики

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{m}\vartheta_1^2}{\mathrm{R}_з + \mathrm{h}}, \qquad (1)$$

где m - масса спутника, h - высота его поднятия над поверхностью земли, υ_1 -скорость спутника относительно центра Земли.

Силу тяготения P в уравнении второго закона Ньютона нужно раскрыть, используя закон всемирного тяготения

$$\mathrm{P} = \gamma \frac{\mathrm{mM}_з}{(\mathrm{R}_з + \mathrm{h})^2}. \qquad (2)$$

Если в решении задач подобного типа фигурирует масса Земли, расчеты можно значительно упростить, исключив $\mathrm{M}_з$ с помощью формулы

$$\mathrm{g}_0 = \gamma \frac{\mathrm{M}_з}{\mathrm{R}_з^2}. \qquad (3)$$

Скорость спутника относительно поверхности Земли равна

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \pm \vartheta_0, \quad (4)$$

где υ_0 - линейная скорость точек Земли на экваторе. Эту скорость можно найти из соотношения

$$\vartheta_0 = \frac{2\pi R_3}{T}, \quad (5)$$

зная радиус Земли и период ее суточного вращения Т. Знак плюс или минус в уравнении (4) берется в зависимости от того, запущен ли спутник с востока на запад или с запада на восток. Уравнения (1) - (5) содержат шесть неизвестных величин: Р, m, M_3, υ_0, υ_1 и υ_0. Решая систему уравнений, относительно скорости спутника, находим

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{g_0 R_3^2}{R_3 + h}} \pm \frac{2\pi R}{T}.$$

Подставляя числовые значения в полученное выражение, получим

$$\vartheta_2 \approx 8 \text{ км/с} \text{ и } \vartheta_2' \approx 6 \text{ км/с}.$$

Следовательно, запускать искусственные спутники Земли легче в направлении с запада на восток, чем в обратном.

Пример 4. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает груз весом 10 кг под углом 30° к горизонту. Груз падает на расстоянии 2,2 м от точки бросания. Какова будет начальная скорость движения конькобежца, если его масса равна 64 кг. Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

Решение**.** Если не учитывать перемещение конькобежца за время, в течение которого он сообщает грузу скорость, то можно с достаточной степенью точности считать, что на систему земля — человек — груз внешние силы не действуют, и ее можно принять за изолированную. Для всех механических явлений, протекающих в такой системе, будет иметь место закон сохранения импульса.

На схематическом чертеже (рис. 3) проставляем векторы импульсов каждого тела, до и после изменения их движения.

Перед броском все тела находились в покое: импульс каждого из них был равен нулю, равнялась нулю и их векторная сумма. В конце броска импульс груза равен $m_1\upsilon_1$, конькобежца — $m_2\upsilon_2$, земного шара—$M_3 v_3$

(υ_1, υ_2, υ_3-скорости тел относительно точки пространства, где находился конькобежец в момент бросания). Эту точку можно считать неподвижной, так как по условию задачи перемещение конькобежца за время бросания ничтожно мало.

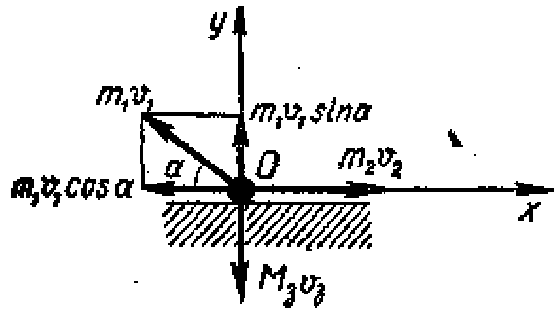


Рис. 3

Согласно закону сохранения количества движения

$$0 = m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + m_3\vec{\vartheta}_3.$$

Поскольку векторы импульсов направлены под углом друг к другу, для простоты вычислений нужно перейти от векторной записи уравнения к скалярной, представив уравнение в проекциях. Разложение векторов по осям удобно делать в тех случаях, когда их больше двух и они направлены под углом друг к другу. Если же их два, то векторную сумму легче найти сложением векторов по правилу параллелограмма. Итак, выберем прямоугольную систему координат Оху и разложим векторы $m_1\upsilon_1$, $m_2\upsilon_2$, и M_3v_3 на составляющие по осям Ох и Оу. В данном случае необходимо разложить лишь вектор импульса груза на составляющие $m_1\upsilon_1\cos\alpha$ и $m_2\upsilon_2\sin\alpha$, так как векторы M_3v_3 и $m_2\upsilon_2$ направлены вдоль выбранных осей.

Учитывая положительное направление координатных осей, составляем уравнение закона сохранения импульса в проекциях

для горизонтали

$$0 = m_2\vartheta_2 - m_1\vartheta_1\cos\alpha \qquad (1)$$

и для вертикали

$$0 = m_1\vartheta_1\sin\alpha - M_3\vartheta_3. \qquad (2)$$

Начальную скорость груза можно определить, зная его дальность полета l по горизонтальному направлению. Эта дальность равна

$$l = \frac{\vartheta_1^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (3)$$

Из уравнения (1), (3), скорость конькобежца в начале его скольжения получается равной

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{\lg}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cos\alpha} = 0{,}675 \text{ м/с}.$$

Уравнение (2) позволяет оценить ту скорость, которую приобрела бы Земля вследствие толчка. Решая уравнение относительно υ_3, получим

$$\vartheta_3 = \vartheta_1 \frac{m_1}{M_3} \sin\alpha.$$

Из выражения для υ_3 видно, что эта скорость ничтожно мала, так как масса Земли M_3 во много раз больше массы груза.

Пример 5. Лодка длиной l и массой M стоит в спокойной воде. На носу и корме лодки сидят два рыбака, массы которых равны m_1 и m_2. На сколько сдвинется лодка, если рыбаки пройдут в лодке и поменяются местами? Сопротивлением воды пренебречь.

Решение. Если пренебречь сопротивлением воды и считать, что при движении лодки, вода ею не увлекается, систему лодка — рыбаки можно считать изолированной, так как действующие на нее внешние силы уравновешены.

Вначале вся система находилась в состоянии покоя и, следовательно, сумма импульсов тел равнялась нулю. Согласно закону сохранения импульса, какие бы перемещения в такой системе не начались, векторная сумма всех импульсов должна оставаться равной нулю. Поэтому, как только рыбак пойдет по лодке, она станет двигаться ему навстречу.

Пусть υ_1 — скорость первого рыбака относительно лодки, υ_2 — скорость, которую приобретет лодка при движении этого рыбака. Тогда, пренебрегая движением воды, получим

$$0 = m_1(\vartheta_1 - \vartheta_{1Л}) - (M + m_2)\vartheta_{1Л}.$$

Напомним, что, составляя уравнение закона сохранения импульса, нужно всегда брать абсолютную скорость тел относительно неподвижного тела отсчета (в нашем случае воды). Нетрудно сообразить, что у рыбака она равна разности между его относительной скоростью и скоростью лодки, которую можно рассматривать как переносную. Причем υ_1 должно быть обязательно больше $\upsilon_{1л}$, так как обратное предположение противоречило бы закону сохранения импульса.

Вследствие того, что человек и лодка движутся одновременно и время, затрачиваемое на разгон и замедление в начале и в конце движения рыбака, мало, можно считать, что

$$\vartheta_1 = \frac{l}{t} \text{ и } \vartheta_{1Л} = \frac{x}{t},$$

где t и x — соответственно время движения и перемещение лодки за это время. Учитывая все это, уравнение закона сохранения импульса можно переписать так

$$m_1(l - x) - (M + m_2)x = 0. \tag{1}$$

Проводим рассуждения, аналогичные предыдущим, составляем такое же уравнение для перемещения второго рыбака. Если через y обозначить смещение лодки при переходе второго рыбака, то

$$m_2(l - y) - (M + m_1)y = 0. \tag{2}$$

Результирующее смещение лодки будет равно разности

$$s = x - y. \tag{3}$$

Решая уравнения (1) — (3) совместно, получим

$$s = \frac{m_1 - m_2}{M + m_1 + m_2} \cdot l.$$

Пример 6. Две пружины одинаковой длины, имеющие коэффициенты жесткости 1 кг/см и 2 кг/см, соединены между собой одинаковыми концами (параллельно). Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружины на 1 см? Чему будет равна эта работа, если пружины будут соединены между собой только одним концом (последовательно)?

Решение. Чтобы растянуть или сжать пружину, к ней нужно приложить силу, величина которой зависит от упругих свойств пружины. Эти свойства характеризуются ее коэффициентом жесткости k. При небольших удлинениях или сжатиях упругих пружин можно с большой степенью точности считать, что удлинение s пружины, прямо пропорционально приложенной к ней силе F, из чего следует, что F=ks. Работа такой силы, как мы знаем, может быть рассчитана по формуле $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{ks}^2}{2}$, если известны удлинение и жесткость пружины. При параллельном или последовательном соединении пружин с известными коэффициентами жесткости k_1 и k_2 их общую жесткость k_0 можно вычислить следующим образом

а) При растяжении силой F_0 двух пружин, соединенных параллельно, общее удлинение пружин

$$\mathrm{s}_0 = s_1 = s_2, \tag{1}$$

где s_1 и s_2 — удлинения первой и второй пружины. Если растянутые пружины находятся в равновесии и массы их ничтожно малы, то сила, деформирующая пружины, равна сумме сил натяжения пружин, т. е.

$$\mathrm{F}_0 = F_1 + F_2. \tag{2}$$

Согласно формуле F=ks, для системы пружин и каждой пружины в отдельности можно записать

$$\mathrm{F}_0 = k_0 s_0,\ \ \mathrm{F}_1 = k_1 s_1,\ \ \mathrm{F}_2 = k_2 s_2. \tag{3}$$

Исключая силы и удлинения из уравнений (1) — (3), получим

$$k_0 = k_1 + k_2. \tag{4}$$

В общем случае, при параллельном соединении n пружин, их общая жесткость

$$k_0 = \sum_1^n k_i.$$

Зная коэффициент жесткости двух пружин, соединенных параллельно, и удлинение, легко найти работу, совершенную силой F_0, согласно $A = \frac{ks^2}{2}$ она равна

$$A_0 = \frac{k_0 s_0^2}{2} = \frac{(k_1 + k_2)s_0^2}{2} = 0{,}147\,Дж.$$

б) При растяжении двух пружин, соединенных последовательно, натяжение каждой пружины равно внешней приложенной силе

$$F_0 = F_1 = F_2, \qquad (1')$$

а общее удлинение — сумме удлинений каждой пружины

$$s_0 = s_1 + s_2. \qquad (2')$$

Кроме того, для системы пружин и каждой пружины в отдельности будут иметь место соотношения (3).

Исключая силы и удлинения из уравнений (1'), (2') и (3'), получим

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2},$$

откуда

$$k_0 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}. \qquad (5)$$

В общем случае, при последовательном соединении n пружин, их общий коэффициент жесткости можно найти из формулы

$$\frac{1}{k_0} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{k_i}.$$

Работа по растяжению двух параллельно соединенных пружин согласно формуле $A = \frac{ks^2}{2}$ будет равна

$$A_2 = \frac{k_0 s_0^2}{2} = \frac{k_1 k_2 s_0^2}{2(k_1 + k_2)} = 0{,}037\,Дж.$$

Пример 7. Самолет массы 3 т для взлета должен иметь скорость 360 км/ч и длину разбега 600 м. Какова должна быть минимальная мощность мотора, необходимая для взлета самолета? Силу сопротивления движению считать пропорциональной силе нормального давления, средний коэффициент сопротивления принять разным 0,2. Движение при разгоне самолета происходит равноускоренно.

Решение. В задаче требуется определить мгновенную мощность мотора в момент взлета самолета. Она и будет являться той минимальной мощностью, при которой самолет может еще набрать скорость, необходимую для отрыва от земли

$$N_{\min} = F_T \vartheta. \quad (1)$$

При разгоне самолета на его винт действует со стороны отбрасываемого воздуха сила тяги $F_т$, кроме того, к самолету приложены сила тяжести P, нормальная реакция опоры и сила трения, равная по условию задачи fP. Согласно второму закону Ньютона

$$F_т - fP = ma. \quad (2)$$

Поскольку, известны длина s разбега самолета и скорость при отрыве υ, то ускорение самолета можно найти из формулы

$$a = \frac{\vartheta^2}{2s}. \quad (3)$$

Исключая неизвестные $F_т$ и a из уравнений (1)—(3), получим для минимальной мощности

$$N_{\min} = m\left(\frac{\vartheta^2}{2s} + fg\right)\vartheta = 3000\,кВт.$$

Пример 8. Поезд, масса которого равна 784 т, начинает двигаться под уклон и за 50 с развивает скорость 18 км/ч. Коэффициент сопротивления равен 0,005, уклон 0,005. Определить среднюю мощность локомотива, считая силу сопротивления пропорциональной силе нормального давления. Уклоном называется отношение высоты наклона плоскости к ее длине; уклон $\frac{h}{l} = \sin\alpha$, где α — угол наклона плоскости к горизонту.

Решение. Среднюю мощность, развиваемую силой тяги локомотива, можно определить по формуле

$$N_{cp} = F_T \vartheta_{cp}. \tag{1}$$

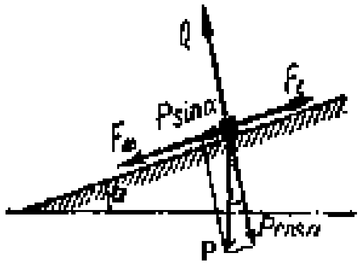


Рис.4

Силу тяги можно найти из уравнения второго закона Ньютона. Для его составления расставляем силы, приложенные к поезду (рис. 4): силу тяги $F_т$, действующую со стороны рельс (силой тяги здесь является сила сцепления колес с рельсами), силу тяжести P, нормальную реакцию опоры Q и силу сопротивления движению F_c.

Разложив силу тяжести на составляющие $P\sin\alpha$ и $P\cos\alpha$, составляем основное уравнение динамики

$$F_T + P\sin\alpha - F_c = ma,$$

или

$$F_T + P\sin\alpha - fP\cos\alpha = \frac{P}{g}a, \tag{2}$$

так как

$$F_C = fQ = fP\cos\alpha$$

Формулы кинематики дают

$$a = \frac{\vartheta}{t}, \ \vartheta_{cp} = \frac{\vartheta}{2}. \tag{3}$$

Решая систему уравнений (1) — (3) относительно N_{cp}, получаем:

$$N_{ср} = P\left(\frac{\vartheta}{gt} + f\cos\alpha - \sin\alpha\right)\frac{\vartheta}{2} \approx 200 \text{ кВт}.$$

Пример 9. Груз весом 1 кг падает с высоты 240 м и углубляется в песок на 0,2 м (рис. 5). Определить силу сопротивления грунта, если начальная скорость падения груза 14 м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение. Записываем исходное уравнение

$$A = E_{II} - E_{I}$$

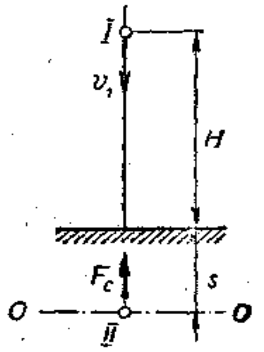


Рис.5

Выбираем уровень 00 отсчета потенциальной энергии по самому нижнему положению груза (обратите внимание, не от поверхности земли).

На груз при свободном падении внешние силы не действуют (в системе тело-земля сила P является внутренней силой), при перемещении груза в земле внешней силой, действующей на него, является сила сопротивления грунта F_c. Работа этой силы равна

$$A = -F_c s$$

(минус указывает, что сила направлена в сторону, противоположную движению, и образует с вектором скорости угол 180°, cos180°=-1). В положении I груз обладает механической энергией

$$E_I = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + mg(h+s).$$

В положении II кинетическая энергия, а также потенциальная энергия относительно выбранного уровня равны нулю, т. е. $E_{II}=0$. Подставляя найденные выражения для работы и полной энергии в исходное уравнение, получим

$$-F_c s = -\frac{m\vartheta_1^2}{2} - mg(h+s)$$

Откуда

$$F_c = \frac{m}{s}\left[\frac{\vartheta_1^2}{2} + (h+s)g\right] \approx 1{,}2\cdot 10^4\,н \approx 12кн\,.$$

Пример 10. Для определения скорости пули, применяется баллистический маятник (рис. 6), состоящий из деревянного бруска, подвешенного на легком стержне. При выстреле в горизонтальном направлении пуля, массы m, попадает в брусок и застревает в нем. Какова была скорость пули, если маятник поднимается на высоту h? Масса бруска равна M; трение в подвесе и массу стержня не учитывать.

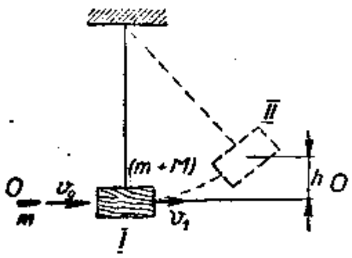


Рис.6

Решение. Это одна из распространенных задач на неупругий удар двух тел, в результате которого изменяется их положение по высоте. Неупругим ударом называется удар, при котором происходит полное или частичное превращение механической энергии в тепловую энергию. Важно отметить, что при неупругом ударе тел их механическая энергия до соударения не равна механической энергии после удара: часть механической энергии расходуется на остаточную деформацию тел, вызывая их нагревание.

а) Составляем уравнение закона сохранения энергии. За положение I нужно принять положение системы в тот момент, когда деформации закончились, и пуля и брусок начинают двигаться как одно целое с некоторой, пока неизвестной скоростью υ_1. Во всех школьных задачах и на упругое и на неупругое соударение тел, когда нет специальных оговорок, предполагается, что удар происходит очень быстро, и за время удара тела не успевают заметно сместиться. Иными словами, предполагается, что скорость υ_1 возникает мгновенно.

Положение II соответствует положению маятника в крайней точке. Отсчитывая потенциальную энергию от уровня 00 и принимая во внимание, что при переходе из положения I в II внешние силы работы не совершают, уравнение закона сохранения энергии можно записать так

$$\mathrm{E}_{\mathrm{II}} - E_I = 0.$$

Откуда с учетом того, что

$$E_I = \frac{(m+M)\upsilon_1^2}{2}, \text{ и } E_{II} = (m+M)gh,$$

получаем

$$\frac{\vartheta_1^2}{2} = gh. \qquad (1)$$

б) Составим теперь уравнение закона сохранения импульса, считая время соударения настолько малым, что маятник не успевает еще отклониться от вертикали. До удара пуля обладает скоростью υ_0, брусок покоился, поэтому

$$\mathrm{p}_1 = m\vartheta_0.$$

В конце удара пуля и брусок начинают двигаться вместе со скоростью υ_1, следовательно, их импульс равен

$$p_2 = (m+M)\vartheta_1.$$

Так как в процессе удара импульс внешних сил был равен нулю, то

$$p_1 = p_2,$$

$$m\vartheta_0 = (m+M)\vartheta_1 \qquad (2)$$

Решая уравнения (1) — (2) относительно υ_0, получим

$$\vartheta_0 = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}.$$

Таблица 1 – Варианты контрольных работ

Вариант	Номера задач				
1	101	120	129	138	147
2	102	111	130	139	148
3	103	112	121	140	149
4	104	113	122	131	150
5	105	114	123	132	141
6	106	115	124	133	142
7	107	116	125	134	143
8	108	117	126	135	144
9	109	118	127	136	145
10	110	119	128	137	146
11	101	111	122	133	144
12	102	120	121	132	143
13	103	119	130	131	142
14	104	118	129	140	141
15	105	117	128	139	150
16	106	116	127	138	149
17	107	115	126	137	148
18	108	114	125	136	147
19	109	113	124	135	146
20	110	112	123	134	145
21	101	116	126	136	146
22	102	118	128	138	142
23	103	120	124	132	148
24	104	114	130	134	144
25	105	112	122	140	143
26	106	111	121	133	150
27	107	113	123	131	141
28	108	115	125	135	145
29	109	119	127	137	147
30	110	117	129	139	149

1.4 Контрольная работа

Кинематика

101. Самолет летит относительно воздуха со скоростью v=800 км/ч. Ветер дует с запада на восток со скоростью u=15 м/с. С какой скоростью v самолет будет двигаться относительно земли, и под каким углом α к меридиану надо держать курс, чтобы перемещение было: а) на юг; б) на север; в) на запад; г) на восток.

102. С какой высоты упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время t=0,1 секунда?

103. Самолет летит от пункта А до пункта В, расположенный на расстоянии l=300 км к востоку. Найти продолжительность t полета, если: а) ветра нет; б) ветер дует с юга на север; в) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра u=20 м/с, скорость самолета относительно воздуха v=600 км/ч..

104. Диск радиусом r=10 см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением ε=0,5 рад/с^2. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

105. Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью v=72 км/ч. Течение относит ее на расстояние l=150 м вниз по реке. Найти скорость течения u реки и времени t, затраченного на переправу через реку. Ширина реки L=05 км.

106. Камень падает с высоты h=1200м. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

107. Тело движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением a_τ=0,5 м/с^2. Определить полное ускорение тела на участке кривой с радиусом кривизны R=3 м, если тело движется на этом участке со скоростью v=2 м/с.

108. По дуге окружности R=10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки a_n=4,9 м/с^2, в этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол α=60°. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

109. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали груз и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, груз за время t=3 секунд опустился на h=1,5 м. определить угловое ускорение цилиндра, если его радиус r=4 см.

110. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью v_0=5 м/с. Через t=2 секунд мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.

Динамика материальной точки

111. Какой угол α с горизонтом составляет поверхность бензина в баке автомобиля, движущегося горизонтально с ускорением, a=2,44 м/с^2.

112. Масса лифта с пассажирами m=800 кг. С каким ускорением, и в каком направлении движется лифт, если известно, что сила натяжения троса, поддерживающего лифт: а) T=12 кН; б) T=6 кН?

113. Две гири с массами m_1=2 кг и m_2=1 кг соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Трением в блоке пренебречь.

114. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 1/4 его длины. Найти коэффициент трения k каната о стол.

115. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека?

116. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон тормозится, и его скорость за время t = 3 с равномерно уменьшается от v_1 = 18 км/ч до v_2 = 6 км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

117. Под действием силы F=10 Н тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2$, где C=1 м/с^2. Найти массу тела.

118. Молекула массой m= $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая со скоростью v =600 м/с, ударяется о стенку сосуда под углом α=60° к нормали и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы FΔt, полученный стенкой за время удара.

119. Тонкое однородное медное кольцо радиусом R=10 см вращается относительно оси, проходящей через центр кольца, с угловой скоростью ω=10 рад/с. Определить нормальное напряжение σ, возникающее в кольце в двух случаях: а) когда ось вращения перпендикулярна плоскости кольца и б) лежит в плоскости кольца. Деформацией кольца при вращении пренебречь.

120. Определить к.п.д. неупругого удара бойка массой 0,5 т, падающего на сваю массой 120 кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

Законы сохранения импульса, энергии

121. На двух шнурах одинаковой длины, равной l=0,8 м, подвешены два свинцовых шара массами m_1=0,5 кг и m_2=1 кг. Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону так, что шнур отклонился на угол α=60°, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Удар считать центральным и неупругим. Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

122. Конькобежец массой M=70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой m=3 кг со скоростью v=8 м/с. На какое расстояние s откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения о лед k=0,02?

123. Найти к.п.д. двигателя автомобиля. Если известно, что при скорости v=40 км/ч двигатель потребляет объем V=13,5 л бензина на пути s=100 км и что развиваемая двигателем мощность N=12 кВт. Плотность бензина
ρ=800 кг/м^3, удельная теплота сгорания бензина q=46 МДж/кг.

124. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием M=15т. Орудие стреляет вверх под углом α =60° к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда m=20 кг, и он вылетает со скоростью 600 м/с?

125. Два шара с массами m_1=0,2 кг и m_2=0,1 кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Первый шар отклоняют на высоту h_0=4,5 см и отпускают. На какую высоту h поднимутся шары после удара, если удар: а) упругий; б) неупругий?

126. Граната, летящая со скоростью v =10 см/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью u_1=25 м/с. Найти скорость u_2 меньшего соколка.

127. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает в горизонтальном направлении камень массой m=2 кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в первый момент после бросания ее скорость была v_0=0,1 м/с. Масса тележки с человеком M= 100 кг. Найти кинетическую энергию брошенного камня через время t =0,5 с после начала движения.

128. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса

стержня l=1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол $\alpha=10^{\circ}$.

129. В пружинном ружье пружина сжата на x_1=20 см. При взводе ее сжали еще на x_2=30 см. С какой скоростью вылетит из ружья стрела массой m=50 г, если жесткость пружины равна 200 Н/м.?

130. На сколько переместится относительно берега лодка длиной l=3,5 м и массой M=200 кг. Если стоящий на корме человек массой m=80 кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

Динамика твердого тела

131. Кинетическая энергия вращающегося вала равна 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента вал начал вращаться равнозамедленно и, сделав N=80 оборотов, остановился. Определить момент сил торможения.

132. Вал массой m=100 кг и радиусом R=5 см вращался с частотой n=8 $с^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F=40 Н, под действием которой вал остановился через t=10 с. Определить коэффициент трения.

133. Тонкий стержень массой m=200 г и длиной 50 см вращается с угловой скоростью ω=10 $с^{-1}$ в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти угловую скорость, если в процессе вращения в той же плоскости стержень переместится так, что ось вращения пройдет через конец стержня.

134. Через блок, имеющую форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузы массами m_1=0,1 кг и m_2=0,11 кг. С каким ускорением будут двигаться грузы, если масса блока равна 0,4 кг? Трением при вращении блока можно пренебречь.

135. Сплошной цилиндр массой 0,1 кг катится без скольжения с постоянной скоростью 4 м/с. Определить кинетическую энергию цилиндра, время до его остановки, если на него действуют сила трения 0,1 Н.

136. Однородный стержень длиной 1 м и массой 0,5 кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если на него действует момент сил M=98,1 мН·м?

137. Однородный стержень радиусом 0,2 м и массой 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угла скорости вращения диска от времени

дается уравнением $\omega=A+Bt$, где $B=8$ рад/с^2. Найти касательную силу, приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

138. Платформа в виде диска радиусом 1 м вращается по инерции с частотой 6 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, массой 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен 120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

139. Пуля массой 10 г летит со скоростью 800 м/с, вращаясь около продольной оси с частотой 3000 с$^{-1}$. Принимая пулю за цилиндр, диаметром 8 мм, определить полную кинетическую энергию пули.

140. Якорь мотора вращается с частотой 1500 мин$^{-1}$. Определить вращающий момент. Если мотор развивает мощность 500 Вт.

Специальная теория относительности. Механика жидкостей. Силы в механике

141. Стержень длиной 1 м движется мимо наблюдателя со скоростью 0,8 с. Какой покажется наблюдателю его длина?

142. Стальной шарик диаметром $d=1$ мм падает с постоянной скоростью $v=0{,}185$ см/с в большом сосуде, заполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость касторового масла.

143. Найти собственное время жизни нестабильной частицы μ-мезона, движущегося со скоростью 0,99 с, если расстояние, пролетаемое им до распада равно 0,1 км.

144. По горизонтальной трубе AB течет жидкость. Разность уровней этой жидкости в трубах a и b равна $\Delta h=10$ см. Диаметры трубок a и b одинаковы. Найти скорость течения жидкости в трубе AB.

145. Протон движется со скоростью 0,7 с. Найти импульс и кинетическую энергию протона.

146. Кинетическая энергия электрона равна 10 МэВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Сделать такой же подсчет для протона.

147. Найти центростремительное ускорение, с которым движется по круговой орбите искусственный спутник земли, находящийся на высоте $h=200$ км от поверхности Земли.

148. Метеорит падает на Солнце с очень большого расстояния, которое практически можно считать бесконечно большим. Начальная скорость метеорита пренебрежимо мала. Какую скорость будет иметь метеорит в момент, когда его расстояние от Солнца равно среднему расстоянию Земли от Солнца.

149. Две пружины с жесткостями k_1=0,3 кН/м и k_2=0,5 кН/м скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация второй пружины равна 3 см. Вычислить работу растяжения пружин.

150. Две пружины с жесткостями k_1=1 кН/м и и k_2=0,5 кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации x=5 см.

2 Молекулярная физика

2.1 Основные формулы

Количество вещества

$$\nu = \frac{m}{M}, \qquad \text{или} \qquad \nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов системы (молекул, атомов, ионов и т.п.); N_A- постоянная Авогадро.

Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu};$$

где m- масса.

Концентрация частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.)

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$$

где V- объем системы; ρ - плотность вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon > = \frac{1}{3} n < \frac{m_0 \upsilon^2}{2} >,$$

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы молекулы

$$< \varepsilon_1 > = \frac{\kappa T}{2},$$

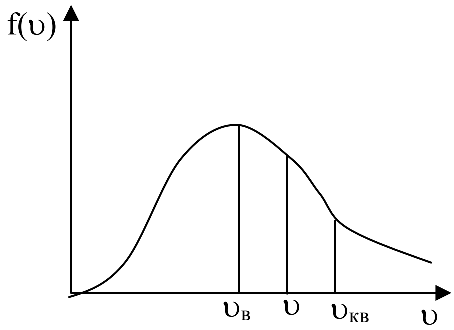
Полная энергия молекулы

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} \kappa T,$$

k – постоянная Больцмана; T-термодинамическая температура; i – степени свободы молекул.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p=nkT$$



Скорость молекул:

средняя квадратичная $$<\upsilon_{кв}>=\sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

средняя арифметическая $$<\upsilon>=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

наиболее вероятная $$<\upsilon_{ы}>=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

Степени свободы молекул при комнатной температуре:

Число атомов в молекуле	Степень свободы		
	Поступательное движение	Вращательное движение	Всего
1	3	0	3
2	3	2	5
3	3	3	6

Уравнение состояния идеальных газов (уравнение Менделеева — Клапейрона):

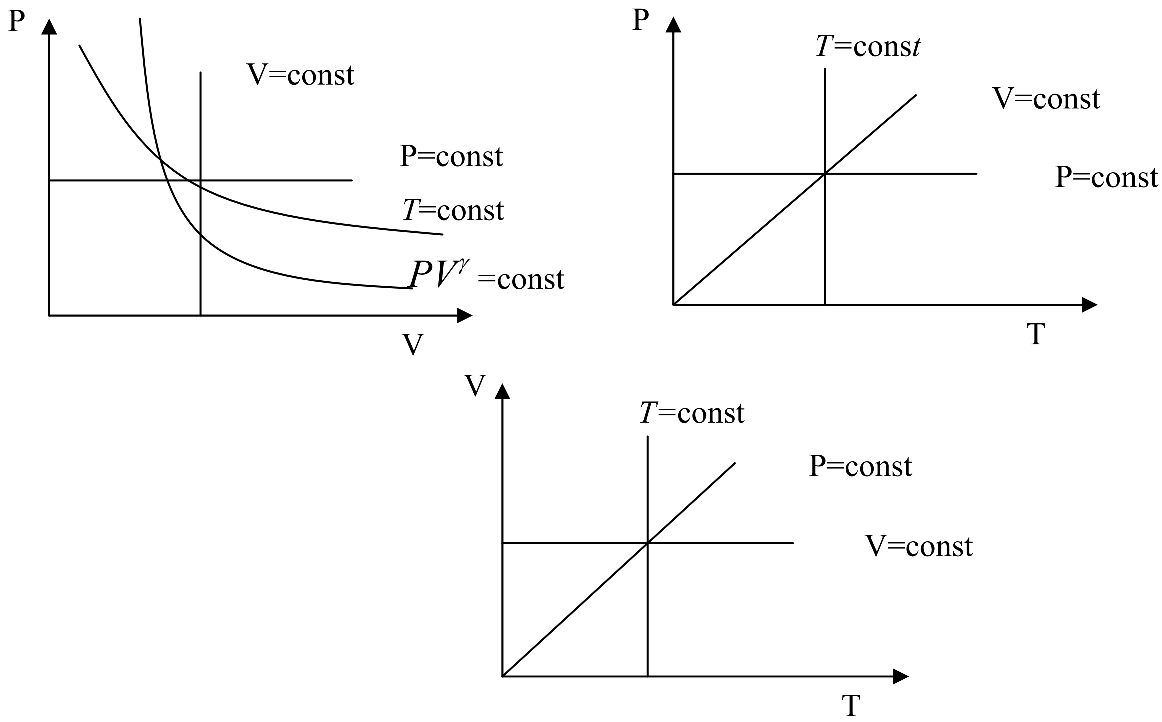
$$pV=\frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad pV=\nu RT,$$

где m – масса газа; M – его молярная масса; R- газовая постоянная; T- термодинамическая температура; $\nu = \dfrac{m}{M}$ – количество вещества.

Закон Дальтона

$$p=p_1 + p_2+p_3+\ldots+p_n,$$

Диаграммы изопроцесов



Связь между молярной C_m и удельной c теплоемкости газа

$$C_m = cM\,,$$

где M – молярная масса газа.

Изохорические и изобарические молярные теплоемкости

$$C_v = \frac{iR}{2};\ C_p = \frac{(i+2)R}{2}\,,$$

Изохорические и изобарические удельные теплоемкости

$$c_v = \frac{iR}{2M};\ c_p = \frac{(i+2)R}{2M}\,.$$

Уравнение Р. Майера

$$C_p = C_v + R$$

Показатель адиабаты

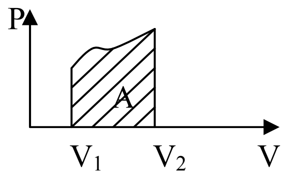
$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}, \text{ или } \gamma = \frac{C_p}{C_V}, \text{ или } \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

Внутренная энергия идеального газа

$$U = N\langle\varepsilon\rangle, \text{ или } U = \nu\, C_v T = \frac{i}{2}\,\nu RT;$$

Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV,$$



При изобарическом процессе (p=const)

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

При изотермическом процессе (T=const)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln\frac{p_1}{p_2},$$

При адиабатическом процессе (Q=const)

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2), \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

Уравнение Пуассона (при адиабатическом процессе)

$$PV^{\gamma} = \text{const.}$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

где Q – количество теплоты, сообщенное газу; ΔU – изменение его внутренней энергии; A – работа, совершаемая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики при изобарическом процессе

$$Q= \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T,$$

Первое начало термодинамики при bзохорическом процессе (A=0)

$$Q=\Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$$

Первое начало термодинамики при изотермическом процессе (ΔU=0)

$$Q= A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

Первое начало термодинамики при адиабатическом процессе (Q= 0)

$$Q=-\Delta U =- \frac{m}{M} C_v \Delta T.$$

Термический коэффициент полезного действия (к.п.д) цикла в общем случае

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом, Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю, А – полезная работа.

К.п.д для цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \text{ или } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2- температура охладителя.

Изменение энтропии

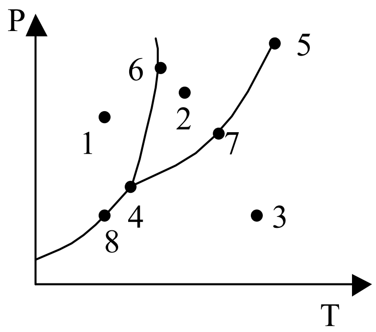
$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где A и B – пределы интегрирования, соответствущие начальному и конечному состояниям системы.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

Фазовые переходы



1- область твердого состояния; 2 – область жидкого состояния; 3 – область газообразного состояния; 4 - тройная точка; 5 – критическая точка; 6 – линия перехода твердое-жидкое; 7 - линия перехода жидкость-газ; 8 - линия перехода твердое-газ.

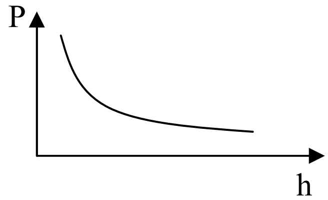
Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}},$$

где n – концентрация частиц; U – их потенциальная энергия; n_0– концентрация частиц в точках поля, где U=0; k – постоянная Больцмана;
T – термодинамическая температура; e – основание натуральных логарифмов.

Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести)

$$p_h = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$



Распределение Максвелла (распределение молекул по скоростям) число молекул, скорости которых заключены в пределах от υ и υ+dυ,

$$dN(\upsilon)=Nf(\upsilon)d\upsilon=4\pi N\left(\frac{m}{2\pi\kappa T}\right)^{3/2} e^{-m\upsilon^2/(2kT)}\upsilon^2 d\upsilon,$$

Среднее число соударений, испытываемых одной молекул газа в единицу времени

$$<z>=\sqrt{2}\pi d^2 n <\upsilon>,$$

где d – эффективеый диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $<\upsilon>$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$<l>=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{<\upsilon>}{<z>}.$$

Закон Фика (диффузия)

$$\Delta m = -D\frac{dn}{dx}m_1 S\Delta t\ ,$$

где Δm - масса газа, перенесенная в результате диффузии через поверхность площадью S за время Δt; D – диффузия (коэффициент диффузии); $\frac{dn}{dx}$ – градиент концентрации молекул; m_1 – масса одной молекулы.

Диффузия (коэффициент диффузии)

$$D = \frac{1}{3} < \upsilon >< l >$$

Закон Ньютона для внутреннего трения

$$F=-dp/dt=-\eta(d\upsilon/dz)\Delta S$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S.

Вязкость

$$\eta = \frac{1}{3}\rho < \upsilon >< l >,$$

Закон Фурье

$$\Delta Q = -\lambda(dT/dx)S\Delta t\ ,$$

Теплопроводность

$$\lambda = \frac{1}{3} < \upsilon >< l > \rho c_V\ ,$$

где c_V – удельная изохорическая теплопроводность газа.

2.2 Примеры решения задач

Пример 1. В баллоне объемом V=10 л находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа и при температуре T_1=300 К. После того как из баллона взято m=10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2=290 К. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2 \quad (1)$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; M - молярная масса гелия; R - молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление

$$p_2 = \frac{m_2}{M} \frac{RT_2}{V} \quad (2)$$

Массу гелия m_2 выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона

$$m_2 = m_1 - m \quad (3)$$

Массу гелия m_1 найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию

$$m_1 = \frac{M p_1 V}{R T_1} \quad (4)$$

Подставляя в выражение (3) массу m_1 из формулы (4), а затем полученное выражение m_2 в формулу (2), найдем

$$p_2 = \left(\frac{M p_1 V}{R T_1} - m \right) \frac{R T_2}{M V}$$

или после преобразования и сокращения

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{R T_2}{V} \quad (5)$$

Левая часть расчетной формулы (5) выражает давление, имеет размерность $L^{-1}MT^{-2}$. Проверим размерность правой части. Размерность первого слагаемого не вызывает сомнений, так как отношение температур – величина безмерная. Размерность второго слагаемого

$$\frac{\dim m}{\dim M}\frac{\dim R\dim T}{\dim V}=\frac{\dim m}{\dim M}\frac{\dfrac{\dim A}{\dim\nu\dim T}\dim T}{\dim V}=\frac{\dim m}{\dim M}\frac{\dim A}{\dim\nu\dim V}=\frac{M}{MN^{-1}}\frac{L^2MT^{-2}}{NL^3}=L^{-1}MT^{-2}$$

что совпадает с размерностью давления.

Выразив величины, входящие в эту формулу в единицах СИ и произведя вычисления, получим

$$p_2=3{,}64*10^5\,Па$$

Пример 2. Найти молярную массу М смеси кислорода массой m_1=25 г и азота массой m_2=75 г.

Решение. Молярная масса смеси $M_{см}$ есть отношение массы смеси $m_{см}$ к количеству вещества смеси $\nu_{см}$, т.е.

$$M_{см}=m_{см}/\nu_{см} \qquad (1)$$

Масса смеси равна сумме компонентов смеси: $m_{см} = m_1 + m_2$. Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов

$$\nu_{см}=\nu_1+\nu_2=m_1/M_1+m_2/M_2$$

Подставив в формулу (1) выражения $m_{см}$ и $\nu_{см}$, получим

$$M_{см}=\frac{m_1+m_2}{m_1/M_1+m_2/M_2}$$

После вычисления найдем

$$M_{см}=30*10^{-3}\ кг/моль$$

Пример 3. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T=286 К, а так же кинетическую энергию $W_{вр}$ вращательного движения всех молекул этого газа, если его масса m=4 г.

Решение. Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия, выражаемая формулой

$<\varepsilon_1>=\frac{1}{2}kT$. Так как молекула кислорода является двухатомной, а следовательно, обладает двумя вращательными степенями свободы, то средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$<\varepsilon_{вр}>=2\frac{1}{2}kT=kT$$

Подставив в эту формулу значения k и T и произведя вычисления, получим

$$<\varepsilon_{вр}>=3{,}94*10^{-21}\,Дж$$

Средняя кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа выражается соотношением

$$W_{вр}=N\left\langle\varepsilon_{вр}\right\rangle \qquad (1)$$

Если учесть, что число молекул системы равно произведению постоянной Авогадро на количество вещества ν, то равенство (1) можно записать в виде

$$W_{вр}=\nu N_A\left\langle\varepsilon_{вр}\right\rangle=(m/M)N_A\left\langle\varepsilon_{вр}\right\rangle \qquad (2)$$

где m – масса, M – молярная масса.
Подставив в (2) значения величин и произведя вычисления, найдем

$$W_{вр}=296\,Дж$$

Пример 4. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_P смеси неона и водорода, если массовая доля неона ω_1=80%, массовая доля водорода ω_2=20%.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$c_V=\frac{i}{2}\frac{R}{M} \qquad (1)$$

$$c_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M} \qquad (2)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; M –молярная масса.

Для неона (одноатомный газ) i=3 и $M=20*10^{-3}$ кг/моль. Вычисляя по формулам (1) и (2), получим

$$c_V = 6{,}24*10^2\ Дж/(кг*К)$$

$$c_P = 1{,}04*10^3\ Дж/(кг*К)$$

Для водорода (двухатомный газ) i=5 и $M=2*10^{-3}$ кг/моль

$$c_V = 1{,}04*10^4\ Дж/(кг*К)$$

$$c_P = 1{,}46*10^4\ Дж/(кг*К)$$

Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме c_V найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами

$$Q = c_V\left(m_1 + m_2\right)\Delta T \qquad (3)$$

$$Q = \left(c_{V,1}m_1 + c_{V,2}m_2\right)\Delta T \qquad (4)$$

где $c_{V,1}$ – удельная теплоемкость неона, $c_{V,2}$ – удельная теплоемкость водорода. Приравняв правые части (3) и (4) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим

$$c_V\left(m_1 + m_2\right) = c_{V,1}m_1 + c_{V,2}m_2 \qquad (5)$$

откуда

$$c_V = c_{V,1}\omega_1 + c_{V,2}\omega_2 \qquad (6)$$

где $\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ и $\omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ массовые доли неона и водорода в смеси.

Подставив в формулу (6) числовые значения найдем

$$c_V = 2{,}58*10^3\ Дж/(кг*К)$$

Рассуждая таким же образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении

$$c_P = c_{P,1}\omega_1 + c_{P,2}\omega_2$$

подставив числовые значения, найдем

$$c_P = 3.75*10^3\ Дж/(кг*К)$$

Пример 5. Кислород массой m=2 кг занимает объем V_1=1м^3 и находится под давлением p_1=0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2=3м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_2=0,5 МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Решение. Изменение внутренней энергии выражается формулой

$$\Delta U = c_V m\Delta T = \frac{i}{2}\frac{R}{M}m\Delta T \tag{1}$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода i=5); M- молярная масса.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT: \qquad T = \frac{pVM}{mR} \tag{2}$$

Подставляя числовые значения в выражение (2) получим

T_1=385К, T_2=1,16кК, T_3=2,89кК.

Подставляя значения в выражение (1) получим

ΔU=3,24МДж

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A = R\frac{m}{M}\Delta T$$

Подставив числовые значения величин, получим

$$A_1=0{,}4*10^6 \text{ Дж}$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е. $A_2=0$. Следовательно, полная работа, совершенная газом равна

$$A=A_1+A_2=0{,}4*10^6 \text{ Дж.}$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота Q, переданная газу равна сумме внутренней энергии ΔU и работы A.

$$Q=3{,}64 \text{ МДж}$$

График процесса приведен на рис. 1

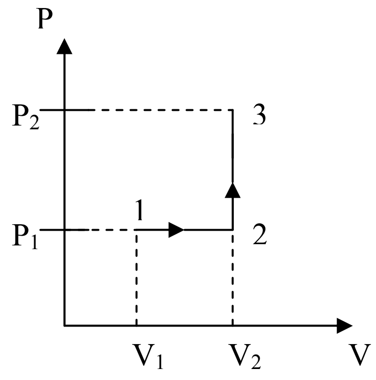


Рис. 1

Пример 6. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя T_1=500К. Определить термический к.п.д. η цикла и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученного от нагревателя, машина совершает работу A=350 Дж.

Решение. Термический к.п.д. тепловой машины, называемый также коэффициентом использования теплоты, показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический к.п.д. выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

где Q_1 - теплота, полученная от нагревателя; A - работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.
Подставив числовые значения в эту формулу, получим

$$\eta=0,35$$

Зная к.п.д. цикла можно по формуле определить температуру охладителя

$$T_2=T_1(1-\eta)$$

Подставив в эту формулу полученное значение к.п.д. и температуры нагревателя, получим

$$T_2=325 \text{ К}$$

Пример 7. В цилиндре под поршнем находится водород массой m=0,02 кг при температуре T=300К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в n_1=5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в n_2=5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Решение. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатический процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n^{\gamma-1}}$$

где γ– отношение теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме (для водорода как двухатомного газа γ =1,4)

$$n_1 = \frac{V_2}{V_1} = 5$$

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры T_2:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}$$

Подставляя числовые значения заданных величин, находим

$$T_2 = \frac{300}{5^{0,4}} K$$

Так как $5^{0,4}$=1,91 (находится логарифмированием), то

$$T_2 = 157 \text{ K}$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V \left(T_1 - T_2\right) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R\left(T_1 - T_2\right)$$

где C_V –молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.
Подставляя числовые значения заданных величин, получим

$$A_1 = 2{,}98 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

Работа газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 Ln \frac{V_3}{V_2}, \text{ или } A_2 = \frac{m}{M} RT_2 Ln \frac{1}{n_2}$$

где $n_2 = V_2 / V_3 = 5$
Подставляя известные числовые значения величин, входящих в правую часть этого равенства, находим

$$A_2 = -2{,}1 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами. График процесса приведен на рис. 2

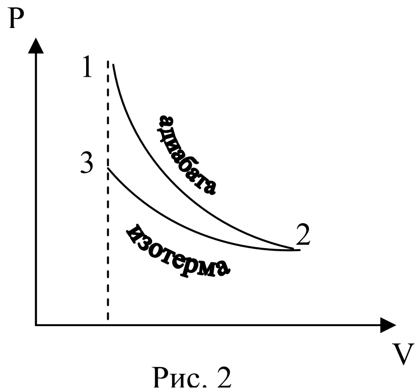


Рис. 2

Пример 8. Зная функцию f(p) распределения молекул по импульсам, определить среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$.

Решение. Среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$ можно определить по общему правилу вычисления среднего

$$\left\langle p^2 \right\rangle = \frac{\int\limits_0^\infty p^2 f(p)dp}{\int\limits_0^\infty f(p)dp} \qquad (1)$$

Функция распределения молекул по импульсам имеет вид

$$f(p) = 4\pi\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} e^{-p^2/(2mkT)} p^2 \qquad (2)$$

Эта функция распределения уже нормирована на единицу, т.е.

$$\int\limits_0^\infty f(p)dp = 1\,.$$

С учетом нормировки формулу (1) перепишем иначе

$$\left\langle p^2 \right\rangle = \int\limits_0^\infty p^2 f(p)dp \qquad (3)$$

Подставим выражение f(p) по уравнению (2) в формулу (3) и вынесем величины, не зависящие от p , за знак интеграла:

$$\left\langle p^2 \right\rangle = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} p^4 e^{-p^2/(2mkT)} dp$$

Этот интеграл можно свести к табличному

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi} a^{-5/2} \text{, положив } a = \frac{1}{2mkT}$$

В нашем случае этот даст

$$\left\langle p^2 \right\rangle = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \frac{3}{8}\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{-5/2}$$

После упрощений и сокращений найдем

$$\left\langle p^2 \right\rangle = 3mkT$$

Пример 9. Средняя длина свободного пробега <l> молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость <v> молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

Решение. Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}$$

где M – молярная масса вещества.
Подставив числовые значения, получим

$$\langle v \rangle = 362 м/с$$

Среднее число <z> соударений молекулы в 1 секунду определяется отношением средней скорости <v> молекулы к средней длине её свободного пробега <l>

$$\langle z \rangle = \langle v \rangle / \langle l \rangle$$

Подставив в эту формулу значения, получим

$$\langle z\rangle = 9{,}05*10^9 c^{-1}$$

Пример 10. В баллоне вместимостью V=8 л находится кислород массой m=0,3 кг при температуре Т=300 К. Найти, какую часть вместимости сосуда занимает собственный объем молекул газа. Определить отношение внутреннего давления p′ к давлению p газа на стенки сосуда.

Решение. Для получения ответа на первый вопрос задачи необходимо найти отношение

$$k = V'/V \tag{1}$$

где V′ – собственный объем молекул.

Собственный объем молекул найдем, воспользовавшись постоянной b Ван-дер-Ваальса, равной учетверенному объему молекул, содержащихся в одном моле реального газа. В уравнении Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \nu^2 a / V^2\right)\left(V - \nu b\right) = \nu RT \tag{2}$$

поправка νb означает учетверенный объем молекул всего газа, т.е. νb=4V′ Отсюда

$$V' = \nu b/4, \text{ или } V' = mb/(4M)$$

где ν=m/M – количество вещества; M - молярная масса. Для кислорода

$$b=3{,}17*10^{-5} м^3/моль.$$

Подставив полученное значение в выражение (1), найдем

$$k = mb/(4MV)$$

После вычисления по этой формуле получим

$$k = 0{,}91$$

Следовательно, собственный объем молекул составляет 0,91 % от объема сосуда.

Для ответа на второй вопрос задачи надо найти отношение

$$k_1 = p'/p \tag{3}$$

Как следует из уравнения (2)

$$p' = \nu^2 a/V^2 \text{, или } p' = (m/M)^2 a/V^2 \tag{4}$$

где a – постоянная Ван-дер-Ваальса для одного моля газа. Для кислорода
a=0,136 Н м^4/моль^2. После вычисления по формуле (4) найдем

$$p' = 179 кПа$$

Давление p, производимое газом на стенки сосуда, найдем из уравнения (2)

$$p = \frac{\nu RT}{V - \nu b} - \nu^2 \frac{a}{V^2},$$

После вычисления по этой формуле получим

p=2,84 кПа

Подставив в выражение (3) значения p′ и p и произведя вычисления, найдем

k_1=6,3%

Следовательно, давление газа, обусловленное силами притяжения молекул, составляет 6,3 % давления на стеки сосуда.

Пример 11. В цилиндре с поршнем находится хлор массой m=20г. Определить изменение ΔU внутренней энергии хлора при изотермическом расширении его от V_1=200 см^3 до V_2 =500 см^3.

Решение. Внутренняя энергия U реального (ван-дер-ваальсовского) газа определяется выражением

$$U = \nu\left(C_V T - a/V_m\right) \tag{1}$$

Выразив в равенстве (1) молярный объем V_m через объем V и количества вещества ν (V_m=V/ ν) и учтя, что ν=m/M, получим

$$U = \frac{m}{M}\left(C_V T - \frac{ma}{MV} \right) \tag{2}$$

Для хлора a=0,65 Н $м^4/моль^2$. Изменение ΔU внутренней энергии в результате изотермического расширения найдем как разность двух значений внутренней энергий при объемах V_2 и V_1

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{M^2 V_1 V_2} \tag{3}$$

Подставив значения в формулу (3) и произведя вычисления, найдем

ΔU=154 Дж

Отметим, что для идеального газа изменение внутренней энергии соответствовало бы нагреванию на 26,3 К.

Таблица 2 – Варианты контрольных работ

Вариант	Номера задач				
1	201	220	129	138	147
2	202	211	130	139	148
3	203	212	221	240	249
4	204	213	222	231	250
5	205	214	223	232	241
6	206	215	224	233	242
7	207	216	225	234	243
8	208	217	226	235	244
9	209	218	227	236	245
10	210	219	228	237	246
11	201	211	222	233	244
12	202	220	221	232	243
13	203	219	230	231	242
14	204	218	229	240	241
15	205	217	228	239	250
16	206	216	227	238	249
17	207	215	226	237	248
18	208	214	225	236	247
19	209	213	224	235	246
20	210	212	223	234	245
21	201	216	226	236	246
22	202	218	228	238	242
23	203	220	224	232	248
24	204	214	230	234	244
25	205	212	222	240	143
26	206	211	221	233	250
27	207	213	223	231	241
28	208	215	225	235	245
29	209	219	227	237	247
30	210	217	229	239	249

2.4 Контрольная работа

Уравнение состояния идеального газа.
Моль – количество вещества

201. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление p_1=2Мпа и температура T_1=800 К, в другом p_2=2,5 МПа, T_2=200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры T=200 К. Определить установившееся в сосудах давление p.

201. В цилиндр длиной l = 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью S = 200 см^2. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии l_1 = 10 см от дна цилиндра.

203. В U-образный манометр налита ртуть. Открытое колено манометра соединено с окружающим пространством при нормальном атмосферном давлении p_0, и ртуть в открытом колене стоит выше, чем в закрытом, на Δh=10см. При этом свободная от ртути часть трубки закрытого колена имеет длину l=20 см. Когда открытое колено присоединили к баллону с воздухом, разность уровней ртути увеличилась и достигла значения Δh_1=26 см. Найти давление воздуха в баллоне.

204. При нагревании идеального газа на ΔT = 1 К при постоянном давлении объем его увеличился на $1/350$ первоначального объема. Найти начальную температуру газа.

205. Полный шар объемом V=10 см^3. заполненный воздухом при температуре T_1=573 К, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу m ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры T_2=293 К. Изменением объема шара пренебречь.

206. В оболочке сферического аэростата находится газ объемом V=1500 м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от T_0=273 К до T=293 К? Давления газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

207. Оболочка аэростата объемом V=1600 м^3, находящегося на поверхности земли, на к=7/8 наполнена водородом при давлении p=100 кПа и температуре T=290 К. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление p_1=80 кПа и температура T_1=280 К. Определить

массу m водорода, вышедшего из оболочки аэростата при его подъеме.

208. В сосуде находится смесь кислорода и водорода. Масса m смеси равна 3,6 г. Массовая доля ω_1 кислорода составляет 0,6. Определить количества вещества ν смеси, ν_1 и ν_2 каждого газа в отдельности.

209. Во сколько раз средняя квадратичная скорость $<\vartheta_{кв}>$ молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой $m=10^{-8}$ г, находящейся среди молекул кислорода?

210. При какой температуре T средняя квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости $v_2 = 11{,}2$ км/с?

Первый закон термодинамики, теплоемкость

211. Смесь газов состоит из аргона и азота, взятых при одинаковых условиях и в одинаковых объемах. Определить показатель адиабаты γ такой смеси.

212. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q=21 кДж. Определить работу А, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

213. Газ, занимавший объем V=12 л под давлением p=100 кПа, был изобарно нагрет от T_1=300 К до T_2=400 К. Определить работу А расширения газа.

214. Горючая смесь в двигателе дизеля воспламеняется при температуре T_2=1,1 кК. Начальная температура смеси T_1=350 К. Во сколько раз нужно уменьшить объем смеси при сжатии, чтобы она воспламенилась? Сжатие считать адиабатическим. Показатель адиабаты γ для смеси принять равным 1,4.

215. При адиабатическом сжатии газа его объем уменьшился в n=10 раз, а давление увеличилось в к=21,4 раза. Определить отношение c_p/c_v теплоемкостей газа.

216. Воздух, находящийся под давлением p_1=100 кПа, был адиабатически сжат до давления p_2=1 МПа. Найти давление p_3, которое установится, когда сжатый воздух, сохраняя объем неизменным, охладится до первоначальной температуры.

217. Какое количество теплоты нужно сообщить 2 молям воздуха, чтобы он совершил работу в 1000 Дж: а) при изотермическом процессе; б) при изобарическом процессе.

218. При коком процессе выгоднее производить нагревание 2 молей аргона на 100 К: а) изобарическом; б) изохорическом.

219. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $M=4*10^{-3}$ кг/моль и отношение теплоемкостей $C_p/C_v=1{,}67$.

220. Какая работа А совершается при изотермическом расширений водорода массой m=5г, взятого при температуре T=290 К, если объем газа увеличивается в три раза?

Цикл. Процессы

221. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu=1$ моль, находящийся под давлением $p_1=0{,}1$ МПа при температуре $T_1=300$ К, нагревают при постоянном объеме до давления $p_2=0{,}2$ МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема V_1. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический к. п. д. η.

222. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить термический к. п. д.η цикла.

223. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 охладителя. Какую долю ω количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает охладителю?

224. Идеальный двухатомный газ совершает цикл Карно, график которого изображен на рис.1. Объемы газа в состояниях В и С соответственно $V_1=12$ л и $V_2=16$ л. Найти термический к. п. д. η цикла.

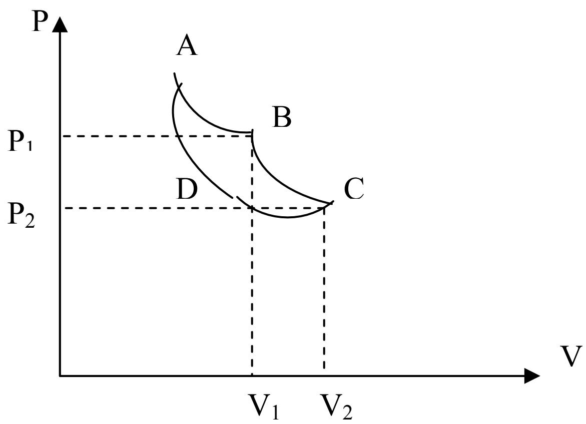


Рис.1

225. Кусок льда массой m=200 г, взятый при температуре t_1= - 10^0С, был нагрет до температуры t_2=0^0С и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до температуры t=10^0С. Определить изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов.

226. Кислород массой m=2 кг увеличил свой объем в n=5 раз один раз изотермически, другой – адиабатически. Найти изменение энтропии в каждом из указанных процессов.

227. При изотермическом расширении одного моля водорода была затрачена теплота 4 кДж, при этом объем водорода увеличился в пять раз. При какой температуре протекает процесс? Чему равно изменение внутренней энергии газа, какую работу совершает газ?

228. Найти изменение энтропии при плавлении 2 кг свинца и дальнейшем его охлаждении от 327 до 0°С.

229. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого η=0,4, если работа изотермического расширения равна A_1=8 Дж.

230. Наименьший объем V_{11} газа, совершающего цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем V_3, если объем V_2 в конце изотермического расширения и V_4 объем в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л.

Распределения Больцмана, Максвелла.
Средние величины

231. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на ее поверхности? Считать, что температура Т воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

232. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление p= 80 кПа, благодаря чему летчик считает высоту h неизменной. Однако температура воздуха изменилась на ΔT=1 K. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление p_0=100 кПа.

233. Ротор центрифуги, заполненный радоном, вращается с частотой n=50 $с^{-1}$. радиус а равен 0,5 м. Определить давление p газа на стенки ротора, если в его центре давление p_0 равно нормальному атмосферному. Температуру T по всему объему считать одинаковой и равной 300 К.

234. Какова вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $\frac{1}{2}\upsilon_в$ не более чем на 1%?

235. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости $\upsilon_в$.

236. На сколько процентов изменится наиболее вероятное значение $p_в$ импульса молекул идеального газа при изменении температуры на один процент?

237. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем V=1 $см^3$. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими некоторого значения $\vartheta_{\max}$=1 м/с.

238. Определить долю ω молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1%.

239. Определить долю ω молекул, энергия которых заключена в пределах от ε_1=0 до ε_2=0,01 кТ.

240. Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке, $f(\vartheta) = \dfrac{m^2}{2\kappa^2 T^2} e^{-m\vartheta^2/(2kT)} \vartheta^3$, найти выражения для: 1) наиболее вероятной скорости $\vartheta_в$; 2) средней арифметической скорости $<\vartheta>$.

Явления переноса. Реальные газы

241. Криптон, содержащий количество вещества ν=1 моль, находится при температуре Т=300 К. Определить относительную погрешность ε=$\Delta p/p$, которая будет допущена при вычислении давления, если вместо уравнения Ван-дер-Ваальса, воспользоваться уравнением Менделеева - Клайперона. Вычисления выполнить для двух значений объема: 1) V=2 л; 2)V=0,2 л.

242. Определить наибольший объем V_{max}, который может занимать вода, содержащая количество вещества ν=1 моль.

243. Газ находится в критическом состоянии. Во сколько раз возрастает давление p газа, если его температуру T изохорно увеличить в к= 2 раза?

244. Газ, содержащий количество вещества ν=1 моль, находится при критической температуре и занимает объем V, в n=3 раза

превышающий критический объем $V_{кр}$. Во сколько раз давление p газа в этом состоянии меньше критического давления $p_{кр}$?

245. Определить коэффициент внутреннего трения воздуха при температуре 100 К.

246. Водород находится под давлением p=20мкПа и имеет температуру T= 300 К. Определить среднюю длину свободного пробега <l> молекулы такого газа.

247. При каком давлении p средняя длина свободного пробега <l> молекул азота равна 1 м, если температура газа t=10 ^{0}C.

248. В сферической колбе вместимостью V=3л, содержащей азот, создан вакуум с давлением p=80 мкПа. Температура газа T=250 К. Можно ли считать вакуум в колбе высоким?

249. Диффузия D кислорода при температуре t=0^{0}C равна 0,19 см^2/с. Определить среднюю длину свободного пробега <l> молекул кислорода.

250. Вычислить динамическую вязкость η кислорода при нормальных условиях.

Приложение А
(справочное)

Таблица А.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначения	Числовое значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	6,67*10^{-11} м^3/(кг*с)^2
Постоянная Авогадро	N_A	6,02*10^{23} моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль*К)
Постоянная Больцмана	k	1,38*10^{-23} Дж/К
Объем одного моля идеального газа при нормальных условиях (T_0=273,15 K, p_0=101325 Па)	V_0	22,4*10^{-3} м^3/моль
Элементарный заряд	e	1,60*10^{-19} Кл
Масса покоя электрона	m_e	9,1*10^{-31}кг
Постоянная Фарадея	F	9,65 Кл/моль
Скорость света в вакууме	C	3*10^8 м/с
Постоянная Стефана–Больцмана	σ	5,67*10^{-8} Вт/(м^2*К^4)
Постоянная Вина в первом законе (смещения)	b_1	2,89*10^{-3} м*К
Постоянная Вина во втором законе	b_2	1,30*10^{-5} Вт/(м^3*К^5)
Постоянная Планка	h $\hbar$	6,63*10^{-34} Дж*с 1,05*10^{-34} Дж*с
Постоянная Ридберга	R	1,097*10^7 м$^{-1}$
Боровский радиус	a	0,529*10^{-10}м
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	2,43*10^{-12} м
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,18*10^{-18} Дж= =13,6 эВ
Атомная единица массы	а.е.м.	1,660*10^{-27}кг
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.		931,50 МэВ
Электрическая постоянная	ε_0	8,85*10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4π*10^7 Гн/м
Магнетон Бора	μ_B	9,27*10^{-24} Дж/Тл
Ядерный магнетон	μ_N	5,05*10^{-27} Дж/Тл

Таблица А.2 – Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли (среднее значение)	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}96 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца (среднее значение)	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны (среднее значение)	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Земли и Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м
Среднее расстояние между центрами Солнца и Земли	$1{,}5 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27сут 7ч 43мин

Таблица А.3 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, $\rho \cdot 10^{3}$ кг/м^{3}
Вода (при 4^{0}C)	1,00
Масло	0,9
Глицерин	1,26
Ртуть	13,6
Керосин	0,8
Спирт	0,8
Сероуглерод	1,26
Эфир	0,7

Таблица А.4 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газы	Плотность, кг/м^{3}
Азот	1,25
Воздух	1,29
Аргон	1,78
Гелий	0,18
Водород	0,09
Кислород	1,43

Таблица А.5 – Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72
Мыльная пена	40
Ртуть	500
Спирт	22

Таблица А.6 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, $\rho*10^3$кг/м^3	Твердое тело	Плотность, $\rho*10^3$кг/м^3
Алюминий	2,7	Марганец	7,4
Барий	3,5	Медь	8,8
Ванадий	6,02	Никель	8,8
Висмут	9,8	Нихром	8,4
Вольфрам	19,75	Платина	21,4
Железо (сталь)	7,85	Свинец	11,3
Каменная соль	2,2	Серебро	10,5
Константан	8,9	Уран	18,7
Лед	0,92	Цезий	1,9
Литий	0,53	Цинк	7,15
Латунь	8,85	Фарфор	2,3
		Золото	19,3

Таблица А.7 – Удельная теплота плавления

Твердое тело	Теплота плавления, $\lambda*10^{-4}$Дж/кг
Лед	33,5
Свинец	2,3

Таблица А.8 – Эффективный диаметр молекулы газов

Молекула газа	Диаметр, $d*10^{-10}$ м
Азот	3,1
Водород	2,3
Аргон	3,6
Гелий	1,9
Воздух	3,0
Кислород	2,9
Пары воды	3

Таблица А.9 – Удельная теплота парообразования

Жидкости	Теплота парообразования, $*10^{-5}$Дж/кг
Вода	22,5
Эфир	6,68

Таблица А.10 – Удельная теплоемкость

Вещество	Теплоемкость, $c*10^{-2}$ Дж/(кг*К)
Вода	41,9
Лед	21,0
Нихром	2,20
Свинец	1,26

Таблица А.11 – Удельное сопротивление

Твердое тело	Сопротивление, $\rho*10^{-8}$ Ом*м
Вольфрам	5,5
Нихром	110
Железо	9,8
Медь	1,7
Никелин	40
Серебро	1,6
Алюминий	2,6
Графит	390

Таблица А.12 – Диэлектрическая проницаемость (относительная) вещества

Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Вода	81,0
Бакелит	4,0
Парафин	2,0
Трансформаторное масло	2,2
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Эбонит	3,0
Фарфор	5,0

Таблица А.13 – Температурный коэффициент сопротивления проводников

Проводник	Коэффициент, α $*10^{-3}$.$К^{-1}$
Вольфрам	5,2
Медь	4,2
Никелин	0,1
Алюминий	3,6
Графит	-0,8
Железо	6,2

Таблица А.14 – Энергия ионизации

Вещество	E_i $*10^{-18}$, Дж	E_i, эВ
Водород	2,18	13,6
Гелий	3,94	24,6
Литий	12,1	75,6
Ртуть	1,66	10,4

Таблица А.15 – Потенциал ионизации

Вещество	Потенциал, эВ
Водород	13,6
Ртуть	10,4

Таблица А.16 – Подвижность ионов в газах

Газ	Положительные ионы $b_+ * 10^{-4}$ $м^2$/ (В*с)	Отрицательные ионы $b_- * 10^{-4}$ $м^2$/ (В*с)
Азот	1,27	1,81
Водород	5,4	7,4
Воздух	1,4	1,9

Таблица А.17 – Показатель преломления

Вещество	Показатель
1	2
Алмаз	2,42
Каменная соль	1,54
Скипидар	1,48

Продолжение таблицы А. 17

1	2
Вода	1,33
Кварц	1,55
Стекло	1,50
Глицерин	1,47
Сероуглерод	1,63
Масло коричневое	1,60

Таблица А.18 – Интервалы длин волн, соответствующие различным цветам спектра

Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	400-450
Синий	450-480
Голубой	480-500
Зеленый	500-560
Желтый	560-590
Оранжевый	590-620
Красный	620-760

Таблица А.19 Масса m_0 и энергия E_0 покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частицы	m_0, масса		E_0, энергия	
	а.е.м.	10^{-27}, кг	МэВ	10^{-10}, Дж
Электрон	$5{,}486 \cdot 10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00081
Протон	1,00728	1,6724	938,23	1,50
Нейтрон	1,00867	1,6748	939,53	1,51
Дейтрон	2,01355	3,35	1876,5	3,00
α-частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96
Нейтральный π-мезон	0,14526	0,241	135	0,216

Таблица А.20 Работа выхода электронов из металла

Металл	Работа выхода, эВ	Работа выхода, А*10^{-19} Дж
1	2	3
Алюминий	3,7	5,92

Продолжение таблицы А.20

1	2	3
Платина	6,3	10
Вольфрам	4,5	7,2
Цезий	2,0	3,2
Литий	2,3	3,7
Цинк	4,0	6,4
Серебро	4,7	7,5
Медь	4,4	7,04
Никель	4,8	7,68
Калий	2,2	3,5
Рубидий	2,1	3,4

Таблица А.21 Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

Элемент	Символ	Период
Кальций	$^{45}_{20}Ca$	164 суток
Стронций	$^{90}_{38}Sr$	27 лет
Полоний	$^{210}_{84}Po$	138 суток
Радон	$^{222}_{86}Rn$	3,82 суток
Уран	$^{235}_{92}U$	$7{,}1*10^8$ лет
Уран	$^{238}_{92}U$	$4{,}5*10^9$ лет
Радий	$^{226}_{86}Ra$	1620 лет
Водород	$^{3}_{1}H$	12 лет
Актиний	$^{225}_{89}Ac$	10 суток
Йод	$^{131}_{53}I$	8 суток
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	5,3 года
Магний	$^{27}_{12}Mg$	10 мин
Фосфор	$^{32}_{15}\mathrm{P}$	14,3 суток
Церий	$^{144}_{58}\mathrm{Ce}$	285 суток
Иридий	$^{192}_{77}\mathrm{Ir}$	75 суток

Таблица А.22 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Приставка		Множитель
наименование	обозначение	
1	2	3
экса	Э	10^{18}
1	2	3
пета	П	10^{15}
тера	Т	10^{12}
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
дека	да	10^{1}
деци	д	10^{-1}
санти	с	10^{-2}
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}
фемта	ф	10^{-15}
атто	а	10^{-18}

О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, которыми приходится оперировать при решении физических задач, являются большей частью приближенными, поэтому при вычислениях нужно придерживаться следующих правил:

1) Достаточно производить вычисления с числами, содержащими не более знаков, чем в исходных данных, так как с помощью вычислений невозможно получить результат более точный, чем исходные данные.

2) При сложении или вычитании чисел, имеющих различную точность, более точное должно быть округлено до точности менее точного. Например

$$9{,}6 + 0{,}176 = 9{,}6 + 0{,}2 = 9{,}8; \qquad 100{,}8 — 0{,}4 = 100{,}4.$$

3) При умножении (делении) следует округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом значащих цифр. Например

$$342*378=129*10^3, \text{ но не } 129276 \text{ и не } 129300;$$

$$0{,}148*0{,}183=7{,}65*10^3, \text{ но не } 0{,}0076494;$$

$$0{,}350*3=0{,}117, \text{ но не } 0{,}11667.$$

4) При извлечении корня n—степени, результат должен иметь столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное выражение. Например

$$\sqrt[3]{1{,}33*10^{-27}} = 1{,}10*10^{-3}.$$

5) Когда число мало отличается от единицы, можно пользоваться приближенными формулами.

Если a, b, c — малы по сравнению с единицей (меньше 0,05), то

$$(1\pm a)(1\pm b)(1\pm c)\approx 1\pm a\pm b\pm c;$$

$$\sqrt{1\pm a} \approx 1\pm a/2$$

$$(1\pm a)^n\approx 1\pm na;$$

$$\frac{1}{(1\pm a)^n} \approx 1\mp an$$

$$\frac{1}{1\pm a} \approx 1\mp a$$

$$e^n\approx 1+n;$$

$$\ln(1\pm a) \approx \pm a$$

6) Если угол α<10°, то $\sin\alpha=\mathrm{tg}\,\alpha=\alpha$ (в радианах). Соблюдая эти правила, студент экономит время на вычисление искомых величин при решении физических задач.

Производные некоторых функций

Производная от постоянной величины

$$y=C, \qquad y'=0$$

Производная от степенной функции

$$y=x^{\mu}, \qquad y'=\mu \cdot x^{\mu-1}$$

В частности,

$$y=1/x; \qquad y'=-1/x^2;$$

$$y=\sqrt{x}=x^{1/2}, \quad y'=1/(2\sqrt{x})$$

Производная от показательной функции

$$y=a^x; \quad y'=a^x \ln a$$

В частности,

$$y=e^x; \quad y'=e^x$$

Производная от логарифмической функции

$$y=\log_a x, \qquad y'=\log_a e/x$$

В частности, для натурального логарифма

$$y=\ln x, \qquad y'=1/x$$

Производная от тригонометрических функций:

$$y=\sin x \qquad y'=\cos x,$$

$$y=\cos x \qquad y'=-\sin x,$$

$$y=\mathrm{tg}x \qquad y'=1/\cos^2 x$$

Производная от обратных тригонометрических функций:

y=arcsinx $\quad y^{/}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

y =arccosx $\quad y^{/}=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

y=arctgx $\quad y^{/}=\frac{1}{1-x^2}$

Таблица основных интегралов

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \; (n \neq 1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

Литература

1 Трофимова Т.И. Курс физики. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с.

2 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1989. – Т.1. – 350 с.

3 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1988. – Т.2. – 496 с.

4 Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 1989. – Т.3. – 496 с.

5 Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М. : Наука, 1996. – 622 с.

6 Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М. : Высшая школа, 2000. – 608 с.

7 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 2000. – 486 с.

8 Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М. : Высшая школа, 1981. – 496 с.

9 Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по общему курсу физики с решениями. М. : Высшая школа, 2001. – 303 с.

Содержание