

Әдістемелік нұсқаулардың  
титулдық парағы



Нысан  
ПМУ ҰС Н 7.18.3/40

Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі  
С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті  
Математика кафедрасы

Дифференциалдық геометрия және топология пәні бойынша  
050601 – Математика мамандығының студенттеріне арналған

## **ПӘНДІ ОҚЫТУДАҒЫ ӘДІСТЕМЕЛІК НҰСҚАУЛАР**

Павлодар

Әдістемелік нұсқауларды  
бекіту парағы



Нысан  
ПМУ ҰС Н 7.18.3/41

**БЕКІТЕМІН**  
ОІ жөніндегі проректор  
\_\_\_\_\_ Пфейфер Н.Э.

20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_

Құрастырушы: аға оқытушы \_\_\_\_\_ Құдайберген М.Қ.

Математика кафедрасы

Дифференциалдық геометрия және топология пәні бойынша

050601 – Математика мамандығының студенттеріне арналған

пәнді оқытудағы

### **әдістемелік нұсқаулар**

Кафедраның отырысында ұсынылды

20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_, №\_\_ Хаттама

Кафедра меңгерушісі \_\_\_\_\_ Павлюк И.И. 20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_

Физика, математика және ақпараттық технологиялар факультетінің

ОӘК мақұлданды 20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_, №\_\_ Хаттама

ОӘК төрағасы \_\_\_\_\_ Мұқанова Ж.Ғ. 20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_

### **МАҚҰЛДАНДЫ:**

ЖжӘҚБ бастығы \_\_\_\_\_ Варакута А.А. 20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_

Университеттің оқу-әдістемелік кеңесімен мақұлданды

20\_\_ж. «\_\_» \_\_\_\_\_ №\_\_ Хаттама

## Пәнді оқытуға арналған әдістемелік нұсқаулар

### 1 тақырып. Қисықтар теориясы

Векторлық функциялар. Дифференциалдық геометриядағы қисықтың анықтамасы. Қисықты берудің әртүрлі тәсілдері. Қисықтың ерекше нүктелері. Доға ұзындығы және натурал параметризация. Жанама түзу, жанасушы жазықтық және қисықтың нормалдары. Қисыққа сәйкес үшжақ, қисықтың қисықтығы мен бұрылымы, Френе формулалары.

Қисықтың натурал теңдеулері. Ортақ натурал теңдеулі қисықтар. Қисықтар теориясының негізгі теоремасы.

Әдебиет: [3], 8-54б., [1], 27-52б.

### 2 тақырып. Беттер теориясы

Дифференциалдық геометриядағы бет ұғымы. Бетті берудің әртүрлі тәсілдері. Беттегі қисықтар. Беттің жанама жазықтығы мен нормалы.

Бірінші квадраттық форма мен қисықтың ұзындығы, қисықтар арасындағы бұрыш, беттегі облыс ауданы. Беттегі ішкі геометрия ұғымы және оның иілулері

Беттің екінші квадраттық формасы. Беттің берілген бағыттағы нормал қисықтығы. Менье теоремасы. Бас қисықтар мен бас бағыттар. Эйлер формуласы. Гаусс және орташа қисықтар. Жанасатын параболоид және регулярлық беттегі нүктелер типтері. Беттің сфералық бейнелеулері және Гаусс қисықтықтары.

Қисықтық сызықтары. Асимптоталық сызықтар. Беттегі торлар теориясының негіздері. Чебышев торлары.

Беттің деривациялық формулалары. Гаусс формуласы және толық қисықтықтардың беттің ішкі геометриясына тиістілігі туралы теорема. Петерсон–Кодаций теңдеуі. Берілген квадраттық формадағы беттің табылатындығы туралы теорема (Бонне теоремасы).

Беттегі қисықтың геодезиялық қисықтығы, геодезиялық сызықтар және олардың экстремалды қасиеттері мен механикалық кескіні.

Коварианттық дифференциал және векторды беттегі қисық бойымен параллель көшіру.

Тұрақты Гаусс қисықты беттер.

Евклид кеңістігінің метрикасы қисық сызықты координаталары. Псевдоевклидтік кеңістіктің метрикасы (Минковский кеңістігі). Беттегі Риман метрикасы. Лобачевский жазықтығының метрикасы. Лобачевский жазықтығының Клейн ұсынған моделі.

Әдебиет: [1], 59-146б., [3], 59-135б.

### 3 тақырып. Топология элементтері

Топологиялық кеңістік. Метрикалық кеңістіктегі топология. Топологиялық кеңістіктердегі үзіліс бейнелеулер. Гомеоморфизм. Тұйық жиындар. Топологияның базасы. Байланыстылық және сызықтық байланыстылық. Хаусдорф топологиялық кеңістіктері.

Компакты топологиялық кеңістіктер.

Әдебиет: [1], 10б., [3], 250б.

### 4 тақырып. Көпбейнелер теориясының негізгі түсініктері

Дифференциалданатын көпбейнелер. Шеті бар көпбейнеліктер. Ориентациялайтын көпбейнеліктер. Көпбейнелердегі функциялар. Көпбейнелерді бейнелеу. Матыру, еңгізу, диффеоморфизм.

Көпбейнелердегі қисықтар.жанама векторлар және жанама векторлық кеңістіктер. Көпбейнелердегі векторлық өрістер.

Көпбейнелі  $R^n$  ге матыру және еңгізу мәселесі туралы түсінік. Беттерге және проективтік жазықтыққа көпбейнеліктер тұрғысынан қарау.

Әдебиет: [1], 154-187б., [3], 265-311б.

5 тақырып. Көпбейнелердегі тензорлық талдау

Көпбейнелердегі тензорлық өрістер. Тензорлық өрістердің мысалдары математикадан және физикадан (вектор, көпсызықтыө функция, квадраттық тұлға, кернеу және деформация тензорлар). Тензорлық өрістердегі алгебралық операциялар.

Көпбейнелердегі аффиндік байланыстылық. Векторды қисық бойымен параллель көшіру және векторлық өрістердің коварианттық туындысы. Геодезиялық қисықтар. Кез келген тензорлық өрістерді ковариантты дифференциалдау. Ковариантты дифференциалдың және коварианттық туындылардың қасиеттері.

Әдебиет: [1], 205-234б., [3], 138-205б.

6 тақырып. Көпбейнелердегі Риман метрикасы

Риман метрикасының анықтамасы. Метрикалық тензор, оның қасиеттері. Индекстерін көтеру және түсіру. Риман байланыстылығы. Метрикалық тензордың ковариантты туындысы туралы Риччи леммасы. Қисықтығының тензоры (Риман), оның геометриялық мағынасы және қасиеттері. Екі өлшемді Риман кеңістіктері. Екі өлшемді риман көпбейнеліктер тұрғысынан қарағандағы Евклидтік кеңістіктегі беттер. Беттің толық қисықтығы және Риман тензоры.

Әдебиет: [1], 218б., [3], 207-247б.

7 тақырып. Сыртқы формалар

Қиғаш симметриялы тензорлық өрістер және сыртқы формалар, олардың алгебралық операциялары. Сыртқы дифференциалдық формалар. Сыртқы дифференциалдау. Тегіс көпбейнелер бойынша дифференциалдық форманы интегралдау. Стокстың жалпы теоремасы. Стокстың жалпы формуласының дербес жағдайлары.

Әдебиет: [1], 154-252б., [3], 294-308б.

## **Тәжірибелік сабақтарға әдістемелік нұсқаулық**

### **1 тақырып. Қисықтар теориясы**

Қисықты берудің әртүрлі тәсілдері. Доға ұзындығы. Жанама түзу, жанасушы жазықтық және қисықтың нормалдары. Қисыққа сәйкес үшжақ, қисықтың қисықтығы мен бұрылымы, Френе формулалары. Қисықтың натурал теңдеулері. Ортақ натурал теңдеулі қисықтар.

Әдебиет:[7], 27-51б., 54-61б

### **2 тақырып. Беттер теориясы**

Бетті берудің әртүрлі тәсілдері. Беттің жанама жазықтығы мен нормалы. Бірінші квадраттық форма мен қисықтың ұзындығы, қисықтар арасындағы бұрыш, беттегі облыс ауданы. Беттің екінші квадраттық формасы. Бас қисықтар мен бас бағыттар. Гаусс және орташа қисықтар. Беттегі қисықтың геодезиялық қисықтығы, геодезиялық сызықтар және олардың экстремалды қасиеттері мен механикалық кескіні.

Әдебиет :[7], 68-114стр.

### **3 тақырып. Топология элементтері**

Топологиялық кеңістіктердегі үзіліс бейнелеулер. Гомеоморфизм. Тұйық жиындар. Байланыстылық және сызықтық байланыстылық.. Компакты топологиялық кеңістіктер.

Әдебиет: [3], 311стр.

### **4 тақырып. Көпбейнелер теориясының негізгі түсініктері**

Дифференциалданатын көпбейнелер. Көпбейнелерді бейнелеу. Матыру, еңгізу, диффеоморфизм. Көпбейнелердегі қисықтар.жанама векторлар және жанама векторлық кеңістіктер. Көпбейнелердегі векторлық өрістер.

Әдебиет: [3], 311стр.

### **5 тақырып. Көпбейнелердегі тензорлық талдау**

Тензорлық өрістердің мысалдары математикадан және физикадан (вектор, көпсызықтық функция, квадраттық тұлға, кернеу және деформация тензорлар). Тензорлық өрістердегі алгебралық операциялар.

Кез келген тензорлық өрістерді ковариантты дифференциалдау.

Әдебиет: [3], 205б.

### **6 тақырып. Көпбейнелердегі Риман метрикасы**

Қисықтығының тензоры (Риман), оның геометриялық мағынасы және қасиеттері.

Әдебиет: [3], 247б.

### **7 тақырып. Сыртқы формалар**

Қиғаш симметриялы тензорлық өрістер және сыртқы формалар, олардың алгебралық операциялары. Сыртқы дифференциалдық формалар. Сыртқы дифференциалдау. Стокстың жалпы теоремасы. Стокстың жалпы формуласының дербес жағдайлары.

Әдебиет: [3], 311стр.

## **Әдебиет тізімі**

### **Негізгі:**

1. Феденко А.С. Дифференциальная геометрия. Мн: Изд-во БГУ, 1999.
2. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 2000.
3. Позняк Э.Г., Шикин У.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М.: МГУ, 1990.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1999.
5. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых многообразий. М.: Высшая школа, 1989.
6. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 2001.
7. Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. А.С. Феденко. М.: Наука, 2001.
8. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 2001.

### **Қосымша:**

9. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1985.
10. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.
11. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. М.: Мир, 1996.
12. Постников М.М. Гладкие многообразия. М.: Наука, 2002.
13. Норден А.П. Теория поверхностей. М., 1999.
14. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых. М.: Наука, 1996.
15. Коренев Г.В. Тензорное исчисление. М.: МФТИ, 1996.