



Пәні бойынша оқыту  
бағдарламасын (Syllabus)  
бекіту парағы



Нысан  
ПМУ ҰС Н 7.18.3/38

**БЕКІТЕМІН**  
ФМЖАТФ-нің деканы  
\_\_\_\_\_ Ж.Қ.Нұрбекова  
20\_\_ж. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_

Құрастырушы: \_\_\_\_\_ аға оқытушы М.Қ.Құдайберген

Математика кафедрасы

050601- Математика

мамандығының күндізгі оқу нысанының студенттеріне арналған

Дифференциалдық геометрия және топология

**пәні бойынша оқыту бағдарламасы (Syllabus)**

Бағдарлама «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ж. бекітілген жұмыс оқу бағдарламасының негізінде әзірленген.

20\_\_ж. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ кафедра отырысында ұсынылған № \_\_\_\_\_ Хаттама  
Кафедра меңгерушісі \_\_\_\_\_ И. И.Павлюк 20\_\_ж. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_

Физика, математика және ақпараттық технологиялар факультетінің оқу-әдістемелік кеңесімен мақұлданған 20\_\_ж. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ Хаттама № \_\_\_\_\_

ОӘК төрағасы \_\_\_\_\_ Ж.Ғ.Мұқанова 20\_\_ж. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_

## 1 Оқытушы туралы мәліметтер және байланысу ақпараттары

Құдайберген Маржан Құдайбергенқызы

Аға оқытушы

Математика кафедрасы А1 корпусында, А1-201 аудиторияда орналасқан.

Байланыс телефоны: 67-36-46 , ішкі тел: 1-120.

## 2 Пән туралы мәлімет

Дифференциалдық геометрия - математика мамандықтарының студенттеріне арналған «Геометрия» курсының негізгі және күрделі бөлімдерінің бірі. Дифференциалдық геометрия мектеп курсына қарастырылатын, яғни қисыққа жанама жүргізу туралы есептің, дамуы ретінде пайда болған. Дифференциалдық геометрия кеңістіктегі қисықтың қисықтығы пен бұралымы, беттердің толық және орташа қисықтығы ұғымдарының қалыптасу механизмін анықтайды.

## 3 Пәннің еңбек сыйымдылығы

семестр	Кредиттар саны	Аудиторлық сабақ түрлері бойынша қарым-қатынас сағаттарының саны						Студенттің өздік жұмысының сағат саны		Бақылау нысаны
		барлығы	Дерістер	Тәжірибелік	зертханалық	студиялық	жеке	барлығы	СОӨЖ	
6	2	30	15	15	-	-	-	60	30	емт

## 4 Пәннің мақсаты және міндеттері

классикалық дифференциалдық геометрияның әдістерін және көрнекті бейнелерді қолданып, оқушыларды қазіргі дифференциалдық геометрияның негізгі түсініктемелерімен таныстыру болып табылады.

**Пәннің міндеті** - негізгі түсініктерді толық ашып және оларды студенттерге дұрыс түсіндіру қажет.

Бағдарламаның классикалық дифференциалдық геометрияға арналған тараулары әр бөлімі мен қолдануында оқушыларға қажет бейнелік ойлау қабілеті мен геометриялық интуицияны дамыту талабын қоюға мүмкіндік береді.

## 5 Білімге, икемділікке және машықтарға қойылатын талаптар

Осы пәнді меңгеру нәтижесінде студенттердің:

- қисық және жазық беттер теориясының негізгі ұғымдарын меңгеруге және анықтамаларын білу қажет;
- дифференциалдық геометрияның негізгі формулуларын меңгерумен қатар оны есеп шығаруда қолдана білу міндетті;

- топология мен көпбейнелік теорияларының бастапқы тарауларына тән ұғымдар мен анықтамаларды білуі қажет;
- классикалық дифференциалдық геометрия әдістерін меңгеруі тиіс;
- тензорлық аппарат қолдана білумен қатар оны есеп шығаруда да пайдалана білу қажет;
- аффиндік байланыстылық пен Риман кеңістігі туралы түсінігі болуы керек.

## 6 Пререквизиттер

Осы пәнді меңгеру үшін төмендегі пәндерді меңгеру кезінде алынған білім, икемділік және машықтар қажет: математикалық талдау; аналитикалық геометрия; сызықтық алгебраның кейбір тараулары.

## 7 Постреквизиттер

Пәнді меңгеру кезінде алынған білім, икемділік және машықтар келесі пәндерді меңгеру үшін қажет: Риман геометриясы; салыстырымдылық теориясы

## 8 Тақырыптық жоспар

№ п/п	Тақырыптардың атауы	Сабақ түрлері бойынша қарым-қатынастық сағаттар саны		
		Дәріс	Практ.(сем)	СӨЖ
1	Қисықтар теориясы	2	2	8
2	Беттер теориясы	2	2	8
3	Топология элементтері	2	2	8
4	Көпбейнелер теориясының негізгі түсініктері	2	2	9
5	Көпбейнелердегі тензорлық талдау	2	2	9
6	Көпбейнелердегі Риман метрикасы	3	3	9
7	Сыртқы формалар	2	2	9
Барлығы:		15	15	60

## 9 Пәннің қысқаша сипаттамасы

Бағдарлама евклид кеңістігіндегі қисықтар мен беттердің теориясымен бірге, топологияның негізгі түсініктерін, көпбейнелердегі тензорлық талдауды мен риман геометриясының элементтерін сыртқы дифференциалдық формалар теориясының негіздерін қамтиды.

## 10 Курстың компоненттері

### Теориялық курстың мазмұны

#### 1 тақырып. Қисықтар теориясы

Векторлық функциялар. Дифференциалдық геометриядағы қисықтың анықтамасы. Қисықты берудің әртүрлі тәсілдері. Қисықтың ерекше нүктелері. Доға ұзындығы және натурал параметризация. Жанама түзу, жанасушы жазықтық және қисықтың нормалдары. Қисыққа сәйкес үшжақ, қисықтың қисықтығы мен бұрылымы, Френе формулалары.

Қисықтың натурал теңдеулері. Ортақ натурал теңдеулі қисықтар. Қисықтар теориясының негізгі теоремасы.

## **2 тақырып. Беттер теориясы**

Дифференциалдық геометриядағы бет ұғымы. Бетті берудің әртүрлі тәсілдері. Беттегі қисықтар. Беттің жанама жазықтығы мен нормалы.

Бірінші квадраттық форма мен қисықтың ұзындығы, қисықтар арасындағы бұрыш, беттегі облыс ауданы. Беттегі ішкі геометрия ұғымы және оның иілулері

Беттің екінші квадраттық формасы. Беттің берілген бағыттағы нормал қисықтығы. Менье теоремасы. Бас қисықтар мен бас бағыттар. Эйлер формуласы. Гаусс және орташа қисықтар. Жанасатын параболоид және регулярлық беттегі нүктелер типтері. Беттің сфералық бейнелеулері және Гаусс қисықтықтары.

Қисықтық сызықтары. Асимптоталық сызықтар. Беттегі торлар теориясының негіздері. Чебышев торлары.

Беттің деривациялық формулалары. Гаусс формуласы және толық қисықтықтардың беттің ішкі геометриясына тиістілігі туралы теорема. Петерсон–Кодаций теңдеуі. Берілген квадраттық формадағы беттің табылатындығы туралы теорема (Бонне теоремасы).

Беттегі қисықтың геодезиялық қисықтығы, геодезиялық сызықтар және олардың экстремалды қасиеттері мен механикалық кескіні.

Коварианттық дифференциал және векторды беттегі қисық бойымен параллель көшіру.

Тұрақты Гаусс қисықты беттер.

Евклид кеңістігінің метрикасы қисық сызықты координаталары. Псевдоевклидтік кеңістіктің метрикасы (Минковский кеңістігі). Беттегі Риман метрикасы. Лобачевский жазықтығының метрикасы. Лобачевский жазықтығының Клейн ұсынған моделі.

## **3 тақырып. Топология элементтері**

Топологиялық кеңістік. Метрикалық кеңістіктегі топология. Топологиялық кеңістіктердегі үзіліс бейнелеулер. Гомеоморфизм. Тұйық жиындар. Топологияның базасы. Байланыстылық және сызықтық байланыстылық. Хаусдорф топологиялық кеңістіктері.

Компакты топологиялық кеңістіктер.

## **4 тақырып. Көпбейнелер теориясының негізгі түсініктері**

Дифференциалданатын көпбейнелер. Шеті бар көпбейнеліктер. Ориентациялайтын көпбейнеліктер. Көпбейнелердегі функциялар. Көпбейнелерді бейнелеу. Матыру, еңгізу, диффеоморфизм.

Көпбейнелердегі қисықтар жанама векторлар және жанама векторлық кеңістіктер. Көпбейнелердегі векторлық өрістер.

Көпбейнелі  $R^n$  ге матыру және еңгізу мәселесі туралы түсінік. Беттерге және проективтік жазықтыққа көпбейнеліктер тұрғысынан қарау.

## **5 тақырып. Көпбейнелердегі тензорлық талдау**

Көпбейнелердегі тензорлық өрістер. Тензорлық өрістердің мысалдары математикадан және физикадан (вектор, көпсызықтық функция, квадраттық тұлға, кернеу және деформация тензорлар). Тензорлық өрістердегі алгебралық операциялар.

Көпбейнелердегі аффиндік байланыстылық. Векторды қисық бойымен параллель көшіру және векторлық өрістердің коварианттық туындысы. Геодезиялық қисықтар. Кез келген тензорлық өрістерді ковариантты дифференциалдау. Ковариантты дифференциалдың және коварианттық туындылардың қасиеттері.

### **6 тақырып. Көпбейнелердегі Риман метрикасы**

Риман метрикасының анықтамасы. Метрикалық тензор, оның қасиеттері. Индекстерін көтеру және түсіру. Риман байланыстылығы. Метрикалық тензордың ковариантты туындысы туралы Риччи леммасы. Қисықтығының тензоры (Риман), оның геометриялық мағынасы және қасиеттері. Екі өлшемді Риман кеңістіктері. Екі өлшемді риман көпбейнеліктер тұрғысынан қарағандағы Евклидтік кеңістіктегі беттер. Беттің толық қисықтығы және Риман тензоры.

### **7 тақырып. Сыртқы формалар**

Қиғаш симметриялы тензорлық өрістер және сыртқы формалар, олардың алгебралық операциялары. Сыртқы дифференциалдық формалар. Сыртқы дифференциалдау. Тегіс көпбейнелер бойынша дифференциалдық форманы интегралдау. Стокстың жалпы теоремасы. Стокстың жалпы формуласының дербес жағдайлары.

## **Тәжірибелік сабақтардың мазмұны**

### **1 тақырып. Қисықтар теориясы**

Қисықты берудің әртүрлі тәсілдері. Қисықтың ерекше нүктелері. Доға ұзындығы және натурал параметризация. Жанама түзу, жанасушы жазықтық және қисықтың нормалдары. Қисыққа сәйкес үшжак, қисықтың қисықтығы мен бұрылымы, Френе формулалары. Қисықтың натурал теңдеулері. Ортақ натурал теңдеулі қисықтар.

### **2 тақырып. Беттер теориясы**

Бетті берудің әртүрлі тәсілдері. Беттің жанама жазықтығы мен нормалы. Бірінші квадраттық форма мен қисықтың ұзындығы, қисықтар арасындағы бұрыш, беттегі облыс ауданы. Беттің екінші квадраттық формасы. Беттің берілген бағыттағы нормал қисықтығы. Менье теоремасы. Бас қисықтар мен бас бағыттар. Эйлер формуласы. Гаусс және орташа қисықтар. Жанасатын параболоид және регулярлық беттегі нүктелер типтері. Беттің сфералық бейнелеулері және Гаусс қисықтықтары. Беттің деривациялық формулалары. Гаусс формуласы және толық қисықтықтардың беттің ішкі геометриясына тиістілігі туралы теорема. Петерсон–Кодаций теңдеуі. Берілген квадраттық формадағы беттің табылатындығы туралы теорема (Бонне теоремасы). Беттегі қисықтың геодезиялық қисықтығы, геодезиялық сызықтар және олардың экстремалды қасиеттері мен механикалық кескіні. Коварианттық дифференциал және векторды беттегі қисық бойымен параллель көшіру. Тұрақты Гаусс қисықты беттер.

### **3 тақырып. Топология элементтері**

Топологиялық кеңістік. Метрикалық кеңістіктегі топология. Топологиялық кеңістіктердегі үзіліс бейнелеулер. Гомеоморфизм. Тұйық

жиындар. Топологияның базасы. Байланыстылық және сызықтық байланыстылық. Хаусдорф топологиялық кеңістіктері.

Компакты топологиялық кеңістіктер.

#### **4 тақырып. Көпбейнелер теориясының негізгі түсініктері**

Дифференциалданатын көпбейнелер. Шеті бар көпбейнеліктер. Ориентациялайтын көпбейнеліктер. Көпбейнелердегі функциялар. Көпбейнелерді бейнелеу. Матыру, еңгізу, диффеоморфизм.

Көпбейнелердегі қисықтар. жанама векторлар және жанама векторлық кеңістіктер. Көпбейнелердегі векторлық өрістер.

#### **5 тақырып. Көпбейнелердегі тензорлық талдау**

Көпбейнелердегі тензорлық өрістер. Тензорлық өрістердің мысалдары математикадан және физикадан (вектор, көпсызықтық функция, квадраттық тұлға, кернеу және деформация тензорлар). Тензорлық өрістердегі алгебралық операциялар.

Векторды қисық бойымен параллель көшіру және векторлық өрістердің коварианттық туындысы. Геодезиялық қисықтар. Кез келген тензорлық өрістерді ковариантты дифференциалдау. Ковариантты дифференциалдың және коварианттық туындылардың қасиеттері.

#### **6 тақырып. Көпбейнелердегі Риман метрикасы**

Метрикалық тензордың ковариантты туындысы туралы Риччи леммасы. Қисықтығының тензоры (Риман), оның геометриялық мағынасы және қасиеттері.

#### **7 тақырып. Сыртқы формалар**

Қиғаш симметриялы тензорлық өрістер және сыртқы формалар, олардың алгебралық операциялары. Сыртқы дифференциалдық формалар. Сыртқы дифференциалдау. Тегіс көпбейнелер бойынша дифференциалдық форманы интегралдау.

## СӨЖ түрлерінің тізімі

№	СӨЖ түрі	Есеп беру нысаны	Бақылау түрі	Сағатқа шаққандағы көлемі
1	Дәріс сабақтарына дайындық	Конспекттің бар болуы	Сабаққа қатысу	15
2	Тәжірибелік сабақтарға дайындық, үйге берілген тапсырмаларды орындау	Жұмыс дәптері	Бақылау сұрақтары, есеп беру	15
3	Аудиториялық сабақтардың мазмұнына еңбеген материалды оқу	Конспект	Тәжірибелік сабақтарға, бақылау шараларына қатысу	10
4	Жеке тапсырмаларды орындау	Есептердің шешімдері жазылған дәптердің болуы	ЖТ қорғау	10
5	Бақылау шараларына дайындық		АБ 1, АБ 2, коллоквиум (тестілеу және басқалар)	10
Барлығы:				60

## Студенттердің өздігінен оқуына бөлінген тақырыптардың тізімі

**1 тақырып.** Беттің сфералық бейнелеулері және Гаусс қисықтықтары.  
Ұсынылатын әдебиет: [1], [2], [3].

**2 тақырып.** Евклид кеңістігінің метрикасы қисық сызықты координаталары. Псевдоевклидтік кеңістіктің метрикасы (Минковский кеңістігі). Беттегі Риман метрикасы. Лобачевский жазықтығының метрикасы. Лобачевский жазықтығының Клейн ұсынған моделі.

Ұсынылатын әдебиет: [1], [2], [3].

**3 тақырып.** Көпбейнелі  $R^n$  ге матыру және еңгізу мәселесі туралы түсінік. Беттерге және проективтік жазықтыққа көпбейнеліктер тұрғысынан қарау.

Ұсынылатын әдебиет: [1], [2], [5].

**4 тақырып.** Екі өлшемді Риман кеңістіктері. Екі өлшемді риман көпбейнеліктер тұрғысынан қарағандағы Евклидтік кеңістіктегі беттер. Беттің толық қисықтығы және Риман тензоры.

Ұсынылатын әдебиет: [4], [5].

**5 тақырып.** Стокстың жалпы теоремасы. Стокстың жалпы формуласының дербес жағдайлары.

Ұсынылатын әдебиет: [5], [6].



## 11 Курс саясаты

Студенттер міндетті түрде сабақтарға қатысу керек. Себеппен қатыспаған сабақтардың тапсырмаларын кешірек тапсыруға болады.

Кешігіп келген студенттерге сабаққа қатысуға рұқсат берілмейді. Сабақта тәртіп бұзғаны үшін **5 балл шегеріледі**.

Сабақтың барлық түріне (дәріс, тәжірибе, СӨЖ) студент міндетті түрде дайындалып келуі керек. Студенттің білімі бақылау жұмысы, тест, межелік бақылау арқылы тексеріледі.

Тәжірибе және өзіндік жұмыстардың тапсырмалары міндетті түрде орындалуы керек.

Өзіндік жұмыс сіздің нұсқаңызға сәйкес орындалуы керек, әйтпесе жұмысыңыз есептелінбейді. Нұсқаңыздың номерін оқытушы анықтайды.

Берілген тапсырмалар уақытында орындалу керек, кеш орындалған тапсырмалар кемітіп есептелінеді. Кез келген бақылау түрінде және емтиханда көшіруге тыйым салынады. Бұл жағдайда алған баллыңыздың 80% шегеріледі.

Бір жағдайлар бойынша бақылау шарасына қатысалмай қалсаңыз, оны келесі жұма ішінде өтуіңізге мүмкіндік беріледі.

Бақылау түрлері	Ең жоғарғы балл	
	АУ1	АУ2
1 Сабаққа қатысу және дайындалу	16	14
2 Тәжірибе жұмыстарын орындау және қорғау	24	21
3 СӨЖ орындау және қорғауы	60	65
<b>Барлығы</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

МБ бағасы 100 ұпаймен есептелінеді.

**МБ-ға АУ баллдары бар студенттер ғана жіберіледі.**

АУ және МБ қорытынды бағалары бойынша студенттің пән бойынша рейтингі (P1 және P2) келесі формула бойынша анықталады

$$P1(2) = АУ 1(2)*0,7 + МБ1(2)*0,3.$$

Егер оқу жоспарында берілген пән бойынша емтихан және сынақ тұрса, онда сынақ P2 екінші межелік бақылау ретінде есептелінеді.

**Егер студент межелік бақылаудан өтпесе немесе 50 баллдан кем алса, онда рейтинг анықталмайды.**

Пән бойынша студенттің семестрдегі кіру рұқсатының рейтингі (KPP) келесі формуламен есептелінеді

$$KPP = (P1+P2)/2.$$

Пән бойынша қорытынды бақылауға (ҚБ) жұмыс бағдарламасының барлық талаптарын орындаған және кіру рұқсатының рейтингі 50 баллдан кем емес студенттер жіберіледі.

Қорытынды бағаны (Б) келесі формула бойынша есептейді

$$Қ = КРР * 0,6 + ҚБ * 0,4$$

Қорытынды баға КРР және ҚБ бағалары қанағаттанарлық болса ғана есептелінеді. Қорытынды бақылауға келмеген жағдайда студентке «қанағаттанарлық емес» деген баға қойылады.

Емтиханның және аралық аттестацияның нәтижелері студентке сол күні, ал түстен кейін өтсе келесі күні жарияланады.

**Қорытынды бақылауда алынған оң бағаны жоғарлатуға рұқсат берілмейді.**

Бақылау түрлері: Т – тәжірибелік жұмыс, СӨЖ – студенттің өзіндік жұмысы, МБ – межелік бақылау.

### Білім алушының білімін бағалау шкаласы

Балл түріндегі қорытынды баға (Қ)	Балл түріндегі цифрлық эквивалент (Ц)	Әріптік жүйедегі баға (Ә)	Дәстүрлі жүйедегі баға (Д)	
			Емтихан, диф.сынақ	Сынақ
95-100	4	A	Үздік	сынақ
90-94	3,67	A-		
85-89	3,33	B+	Жақсы	
80-84	3,0	B		
75-79	2,67	B-		
70-74	2,33	C+	Қанағат	
65-69	2,0	C		
60-64	1,67	C-		
55-59	1,33	D+		
50-54	1,0	D		
0-49	0	F	Қанағатсыз	Сынақтан өтпеген

**СӨЖ тапсырмаларын орындау және тапсыру жөніндегі және  
«Дифференциалдық геометрия және топология» пәні бойынша 050601  
Математика мамандығы бойынша күндізгі оқу нысанындағы студенттерге  
арналған**

**Бақылау шараларының күнтізбелік кестесі**

<b>1 рейтинг (4 семестр)</b>										
Апталар		1	2	3	4	5	6	7	8	Барлығы
Апта ішіндегі үлкен балл		5	15	15	15	15	15	15	5	100
Сабаққа қатысу	Дәріс	1	1	1	1	1	1	1	1	8
	Тәж	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	32
Кезінде жасалған СӨЖ			СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10		60
Межелік бақылау (МБ)									100	100
<b>2 рейтинг (4 семестр)</b>										
Апталар		9	10	11	12	13	14	15	Барлығы	
Апта ішіндегі үлкен балл		15	15	15	15	15	20	5	100	
Сабаққа қатысу	Дәріс	1	1	1	1	1	1	1	7	
	Тәж	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	Т 4	28	
Кезінде жасалған СӨЖ		СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 10	СӨЖ 15		65	
Межелік бақылау (МБ)								100	100	

Құрастырушы: математика кафедрасының аға оқытушысы М.Құдайберген

20\_\_ ж. «\_\_» \_\_\_\_\_ кафедра отырысында **құпталған**. Хаттама №\_\_

Кафедра меңгерушісі \_\_\_\_\_ И.И.Павлюк

## 12 Әдебиет тізімі

### Негізгі:

1. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974.
2. Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М.: Наука, 1974.
3. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 1980.
4. Позняк Э.Г., Шикин У.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М.: МГУ, 1990.
5. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967.
6. Косневский Ч. Начальный курс алгебраической топологии. М.: Мир, 1983.
7. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых многообразий. М.: Высшая школа, 1989.
8. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977.
9. Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. А.С. Феденко. М.: Наука, 1979.
10. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 1981.
11. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Геометрия 2. Алматы: Мектеп, 1981.
12. Юсупов Д.Ш. Жалпы топология және дифференциалдық геометрияға кіріспе. Алматы, 1989.

### Қосымша:

13. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1985.
14. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.
15. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. М.: Мир, 1972.
16. Постников М.М. Гладкие многообразия. М.: Наука, 1987.
17. Рашевский И.К. Курс дифференциальной геометрии. М-Л.: Гостехиздат, 1950.
18. Норден А.П. Теория поверхностей. М., 1956.
19. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых. М.: Наука, 1987.
20. Корнев Г.В. Тензорное исчисление. М.: МФТИ, 1996.