

Программа
дисциплины для
студентов



Ф СО ПГУ 7.18.2/07

Министерство образования и науки Республики Казахстан
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова
Кафедра алгебры и математического анализа

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

дисциплины Дифференциальная геометрия и топология

для специальности 050601- Математика

Павлодар



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ФМИИТ

_____ С.К.Тлеуменов

"__" _____ 200__г.

Составитель: старший преподаватель _____ М.К.Кудайберген

Кафедра алгебры и математического анализа

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»
для специальности 050601- Математика

Программа разработана на основании рабочей учебной программы,
утверждённой «___» _____ 20__г.

Рекомендована на заседании кафедры от “__” _____ 20__г.

Протокол № __

Заведующая кафедрой _____ И.И.Павлюк

Одобрена учебно - методическим советом факультета Физики, математики и
информационных технологий “__” _____ 20__г. Протокол № _____

Председатель МС _____ А.Т. Кишубаева

1 Данные о преподавателях

Старший преподаватель Кудайберген Маржан Кудайбергеновна
 Приемные часы в соответствии с утвержденным графиком консультаций ауд.
 №А1-201 т. 673646(1-120)

2 Данные о дисциплине

2.1 Сведения из учебного рабочего плана

2.1.1 Специальности 050601- Математика

Форма обучения	Формы контроля						Объём работы обучающихся, в часах			Распределение часов по курсам и семестрам (часов)							
	экз.	зач.	КП	КР	РГР	контр. раб.	всего			лек	пр.	лаб	СРС	лек	пр.	лаб	СРС
							общ	ауд	СРС								
очная на базе СОС	6						90	30	60	5 семестр				6 семестр			
														15	15		60

2.2 Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины - опираясь на методы и наглядные образы классической дифференциальной геометрии, ввести студентов в область основных понятий и идей современной дифференциальной геометрии. Программа включает в себя как теорию кривых и поверхностей в евклидовом пространстве, так и основные понятия топологии, тензорный анализ на многообразиях, элементы римановой геометрии, начала теории внешних дифференциальных форм.

Задачи дисциплины

- полное раскрытие основных понятий дисциплины и осмысленное усвоение их студентами;
- развитие у студентов образного мышления и геометрической интуиции.

В результате изучения данной дисциплины студенты должны:

иметь представление:

- о аффинной связности на многообразии и римановом пространстве.

знать:

- современный подход к определению основных понятий теории кривых и поверхностей;
- основные теоремы и формулы дифференциальной геометрии;
- определения основных понятий и теоремы начальных разделов топологии и теории многообразий.

уметь:

- применять основные теоремы и формулы классической дифференциальной геометрии в решении задач;
 - овладеть методами дифференциальной геометрии;
 - пользоваться тензорным аппаратом при решении задач.
- приобрести практические навыки:
с дифференциально-геометрическими объектами и иметь представление о их применении в геометрии и теории интегрирования.

2.3 Пререквизиты:

Для освоения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки приобретенные при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ;
- Аналитическая геометрия;
- Некоторые разделы линейной алгебры (в частности, полилинейные функции и тензоры).

3. Список литературы

Основная:

1. Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М.: Наука, 1974.
2. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 1980.
3. Позняк Э.Г., Шикин У.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М.: МГУ, 1990.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967.
5. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых многообразий. М.: Высшая школа, 1989.
6. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977.
7. Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. А.С. Феденко. М.: Наука, 1979.
8. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: МГУ, 1981.

Дополнительная:

9. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1985.
10. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.
11. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. М.: Мир, 1972.
12. Постников М.М. Гладкие многообразия. М.: Наука, 1987.
13. Норден А.П. Теория поверхностей. М., 1956.
14. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых. М.: Наука, 1987.
15. Корнев Г.В. Тензорное исчисление. М.: МФТИ, 1996.



4 Тематический план дисциплины

4.1 Тематический план дисциплины

4.1.1 для специальности 050601- Математика

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ				
№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		Лекц.	Практ.	СРС
1	2	3	4	5
1	Теория кривых	2	2	8
2	Теория поверхностей	2	2	8
3	Элементы топологии	2	2	8
4	Основные понятия теории многообразий	2	2	9
5	Тензорный анализ на многообразии	2	2	9
6	Риманова метрика на многообразии	3	3	9
7	Внешние формы	2	2	9
	ИТОГО :	15	15	60

4.2 Содержание теоретического курса

Тема 1. Теория кривых

Векторные функции. Определение кривой в дифференциальной геометрии. Способы задания. Особые точки кривой. Длина дуги и натуральная параметризация. Касательная прямая, соприкасающаяся плоскость и нормали кривой. Сопровождающий трехгранник кривой, кривизна и кручение, формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Кривые с общими натуральными уравнениями. Основная теорема теории кривых.

Тема 2. Теория поверхностей

Определение поверхности в дифференциальной геометрии. Способы задания. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

Первая квадратичная форма и длина кривой, угол между кривыми, площадь области на поверхности. Понятие о внутренней геометрии и изгибании поверхности.

Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна в заданном на поверхности направлении. Теорема Мёнье. Индикатриса Дюпена. Формула Родрига. Главные кривизны и главные направления. Формула Эйлера. Гауссова и средняя кривизна. Соприкасающийся параболоид и типы точек регулярной поверхности. Сферическое отображение поверхности и гауссова кривизна.

Линии кривизны. Асимптотические линии. Элементы теории сетей на поверхностях. Чебышевские сети.

Деривационные формулы поверхности. Формула Гаусса и теорема о принадлежности полной кривизны внутренней геометрии поверхности. Уравнения Петерсона-Кодации. Теорема о существовании поверхности с заданными квадратичными формами (теорема Бонне).

Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии, их экстремальное свойство и механическая интерпретация.

Ковариантный дифференциал и параллельный перенос вектора вдоль кривой на поверхности.

Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Метрика евклидова пространства в криволинейных координатах. Метрика псевдоевклидова пространства (пространства Минковского). Движения в пространстве Минковского. Риманова метрика на поверхности. Метрика плоскости Лобачевского. Модель Клейна плоскости Лобачевского.

Тема 3. Элементы топологии

Топологическое пространство. Топология метрического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм. Замкнутые множества. База топологии. Связность и линейная связность. Хаусдорфовы топологические пространства.

Компактные топологические пространства.

Тема 4. Основные понятия теории многообразий

Дифференцируемые многообразия. Многообразия с краем. Ориентируемые многообразия. Функции на многообразиях. Отображение многообразий. Погружение, вложение, диффеоморфизм.

Кривые на многообразии. Касательные векторы и касательные векторные пространства. Векторные поля на многообразии.

Понятие о проблеме погружения и вложения многообразия в \mathbb{R}^n . Поверхности и проективная плоскость как многообразия.

Тема 5. Тензорный анализ на многообразии

Тензорные поля на многообразии. Примеры тензорных полей в математике и физике (вектор, полилинейная функция, квадратичные формы, тензоры напряжения и деформации и др.). Алгебраические операции над тензорными полями.

Аффинная связность на многообразии. Параллельный перенос вектора вдоль кривой и ковариантная производная векторного поля. Геодезические линии. Ковариантное дифференцирование произвольных тензорных полей. Свойства ковариантного дифференциала и ковариантных производных.

Тема 6. Риманова метрика на многообразии

Определение римановой метрики. Метрический тензор, его свойства. Поднятие и опускание индексов. Риманова связность. Символы Кристоффеля. Лемма Риччи о ковариантной производной метрического тензора. Тензор кривизны (Римана), его геометрический смысл и свойства. Специальные системы координат в римановом пространстве. Двумерные римановы пространства. Поверхности в евклидовом пространстве как двумерные римановы многообразия. Полная кривизна поверхности и тензор Римана.

Тема 7. Внешние формы

Кососимметрические тензорные поля и внешние формы, алгебраические операции над ними. Внешние дифференциальные формы. Внешнее дифференцирование. Интегрирование дифференциальной формы по гладкому многообразию. Общая теорема Стокса. Частные случаи общей формулы Стокса.

4.3 Содержание практических занятий

Тема 1. Теория кривых

Различные способы задания кривых. Касательные, нормальные и соприкасающиеся плоскости. Длина дуги. Формулы Френе. Кривизна и кручение. Натуральные уравнения кривой.

Тема 2. Теория поверхностей

Различные способы задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма, длина кривой, угол между кривыми и площадь области на поверхности. Вторая квадратичная форма. Главные кривизны и главные направления. Полная и средняя кривизна. Геодезические линии.

Тема 3. Элементы топологии

Топологическая структура на множестве. Индуцированная топология. Непрерывные и гомеоморфные отображения. Компактность.

Тема 4. Основные понятия теории многообразий

Дифференцируемые многообразия. Отображение многообразий. Векторные поля.

Тема 5. Тензорный анализ на многообразии

Тензорные поля и операции над ними. Аффинная связность. Ковариантное дифференцирование.

Тема 6. Риманова метрика на многообразии

Риманова метрика. Символы Кристоффеля. Тензор кривизны.

Тема 7. Внешние формы

Кососимметрические тензоры. Внешнее произведение. Внешние дифференциальные формы. Внешний дифференциал. Формула Стокса и ее частные случаи.

4.4 Содержание самостоятельной работы студентов

№	Вид СРС	Форма отчётности	Вид контроля	Объем в часах
1	Подготовка к лекционным занятиям	Наличие конспекта	Участие на занятии	15
2	Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних заданий	Рабочая тетрадь	контрольные вопросы, отчет	15
5	Изучение материала, не вошедшего в содержание аудиторных занятий	Конспект	Участие на практических занятиях, контрольных мероприятиях	10
6	Выполнение индивидуальных заданий	Наличие тетради с решениями	Защита ИЗ	10
7	Подготовка к контрольным мероприятиям		РК 1, РК 2, коллоквиум (тестирование и другие)	10
Всего:				60

4.5 Перечень тем, вынесенных на самостоятельное изучение студентами

Тема 1. Сферическое отображение поверхности и гауссова кривизна.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3].

Тема 2. Метрика евклидова пространства в криволинейных координатах. Метрика псевдоевклидова пространства (пространства Минковского). Движения в пространстве Минковского. Риманова метрика на поверхности. Метрика плоскости Лобачевского. Модель Клейна плоскости Лобачевского.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3].

Тема 3. Понятие о проблеме погружения и вложения многообразия в R^n . Поверхности и проективная плоскость как многообразия.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5].

Тема 4. Двумерные римановы пространства. Поверхности в евклидовом пространстве как двумерные римановы многообразия. Полная кривизна поверхности и тензор Римана.

Рекомендуемая литература: [4], [5].

Тема 5. Общая теорема Стокса. Частные случаи общей формулы Стокса.

Рекомендуемая литература: [5], [6].

5.1 Распределение весовых долей по видам контроля

1.	Текущий контроль	0,6
2.	Экзамен	0,4

5.2 Календарный график контрольных мероприятий текущей успеваемости

5.2.1 для специальности

1 рейтинг (6 семестр)									
Недели	1	2	3	4	5	6	7	8	Все го
Максимальный балл за неделю	6	12	12	14	14	14	14	14	100
Посещение учебных занятий	Лек	2	2	2	2	2	2	2	16
	прак	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	32
Своевременное выполнение СРС	0	6	6	8	8	8	8	8	52
Рубежный контроль								100	100
2 рейтинг (бсеместр)									
Недели	9	10	11	12	13	14	15	Все-го	
Максимальный балл за неделю	14	14	14	15	14	15	14	100	
Посещение учебных занятий	Лек	3	3	3	3	3	3	3	21
	прак	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	ПР 4	28
Своевременное выполнение СРО	7	7	7	8	7	8	7	51	
Рубежный контроль							100	100	

6. Политика курса

В политике курса выполнение всех практических и самостоятельных заданий являются обязательным условием.

Посещение занятий является обязательным. Уважительные причины пропуска занятий не освобождают студента от выполнения всего комплекса практических, лабораторных и самостоятельных работ.

В случае опоздания на занятие студент не допускается к занятию.

За любые нарушения правил поведения на занятиях устанавливаются штрафные санкции — **вычитается 5 баллов за одно занятие!**

Все аудиторное время будет поделено на лекции, выполнение практических работ. Подготовка к каждому занятию обязательна, также как и прочтение всего заданного материала. Ваша подготовка будет проверяться контрольными работами, тестами и заданиями рубежного контроля.

Самостоятельная работа должна быть выполнена соответственно вашему варианту, иначе работа не будет зачтена. Вариант задания указывает преподаватель.

Все задания должны выполняться к установленному времени. Задания, выполненные с опозданием, будут автоматически оцениваться ниже. Списывание на любом из видов контроля, а также на экзамене запрещено. Штрафные санкции составят в этом случае 80% от балла за данный вид контроля.

Если в силу каких-либо причин вы отсутствовали во время проведения контрольного мероприятия, вам предоставляется возможность пройти его на консультациях преподавателя в течении одной последующей недели в соответствии с установленным графиком.

Виды контроля	Максимальное число баллов	
	ТУ1	ТУ2
1 Посещение занятий, подготовка к занятиям и работа в группе	24	22
2 Выполнение и защита практических работ	38	36
3 Выполнение и защита заданий на СРС (РГР, рефераты и др.)	38	42
Итого	100	100

Оценка рубежного контроля (РК) так же определяется по 100 балльной шкале.

К рубежному контролю по дисциплине допускаются студенты, имеющие баллы по ТУ.

По итогам оценки ТУ и РК определяется рейтинг (Р1 и Р2) студента по дисциплине

$$P1(2) = TУ 1(2)*0,7 + РК1(2)*0,3.$$

Если в учебном плане предусмотрены экзамен и зачёт, то зачёт следует

учесть при определении Р2 как второй рубежный контроль.

Рейтинг не определяется, если студент не прошел РК или получил по РК менее 50 баллов. В данном случае декан устанавливает индивидуальные сроки сдачи РК.

Оценка рейтинга допуска студента по дисциплине за семестр равна $РД = (P1+P2)/2$.

К итоговому контролю (ИК) по дисциплине допускаются студенты, выполнившие все требования рабочей учебной программы (выполнение и сдача всех лабораторных работ, работ и заданий по СРС), получившие положительную оценку за защиту курсового проекта (работы) и набравшие рейтинг допуска (не менее 50 баллов).

Уровень учебных достижений студентов по каждой дисциплине (в том числе и по дисциплинам, по которым формой итогового контроля ГЭ) определяется итоговой оценкой (И), которая складывается из оценок РД и ИК (экзамена, дифференцированного зачета или курсовой работы/проекта) с учетом их весовых долей (ВДРД и ВДИК).

$$И = РД*0,6 + ИК*0,4$$

Итоговая оценка по дисциплине подсчитывается только в том случае, если обучающийся имеет положительные оценки, как по рейтингу допуска, так и по итоговому контролю. Не явка на итоговый контроль по неуважительной причине приравнивается к оценке «не удовлетворительно». Результаты экзамена и промежуточной аттестации по дисциплине доводятся до студентов в тот же день или на следующий день, если письменный экзамен проводился во второй половине дня.

Пересдача положительной оценки по итоговому контролю (в том числе на ГЭ) с целью ее повышения не разрешается.

Виды контроля: ПР – практическая работа, СРО- самостоятельная работа обучающегося, РК – рубежный контроль

Итоговая оценка знаний обучающихся

Итоговая оценка в баллах (И)	Цифровой эквивалент баллов (Ц)	Оценка в буквенной системе	Оценка по традиционной системе	
			Экзамен, диф.зачет	Зачет
95-100	4	А	Отлично	Зачтено
90-94	3,67	А-		
85-59	3,33	В+	Хорошо	
80-84	3,0	В		
75-79	2,67	В-		
70-74	2,33	С+	Удовлетворительно	
65-69	2,0	С		
60-64	1,67	С-		
55-59	1,33	Д+		
50-54	1,0	Д		
0-49	0	Ф	Не удовлетворительно	Не зачтено