

**МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ**



# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ**

**Методические рекомендации по выполнению контрольных заданий**

**Чебоксары -2005**

**Программа курса  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ».  
заочная форма обучения  
для специальности 291000**

Методы и модели управления запасами.

Основные модели управления запасами. Детерминированная модель управления запасами(модель Уилсона). Экономическая и геометрическая интерпретация модели Уилсона. Оптимизация расходов на управление запасами при изменении затрат на транспортировку и хранение товарных запасов и при ограниченных складских емкостях.

Методы и модели сетевого планирования и управления.

Основные понятия и задачи теории сетевого планирования и управления. Правила построения сетевого графика. Критический путь и резервы времени. Расчет ранних и поздних сроков наступления событий

Модели принятия решений.

Основные понятия. Принятие решений в условиях полной определенности. Принятие решений в условиях риска. Принятие решений в условиях неопределенности. Теория игр.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. М.: Мир, 1971.
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 1986.
3. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Киев: Вища школа, 1979.
4. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. и др. Сборник задач и упражнений по высшей математике. Математическое программирование. Минск: Вышэйшая школа, 1995.
5. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика: математическое программирование. Минск: Вышэйшая школа, 2001.
6. Таха Х.А. Введение в исследование операций. В 2-х книгах. М.: Мир, 1985.
7. Таха Х.А. Введение в исследование операций. М.:Издательский дом "Вильямс", 2001.
8. Эддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений. М.: ЮНИТИ, 1997.
9. Губин Н.М., Добронравов А.С., Дорохов Б.С. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении в отрасли связи. М.: Радио и связь, 1993.
10. Сетевое планирование и управление./Под ред. Голенко Д.И. М.: Экономика, 1967.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

### Задача 1

При строительстве участка железной дороги длиной  $D$  м используют стальной рельс в виде брусков, длиной  $d$  м каждый. Вес одного метра рельса равен  $p$  кг. Затраты на хранение рельсов на складе дороги составляют в сутки  $s$  рубля за тонну. Затраты на оформление одного заказа равны  $K_{\text{оф}}$  руб. Доставка грузов на склад дороги может осуществляться железнодорожным вагоном, вмещающим в себя до  $m_1$  т груза, либо грузовыми машинами, каждая из которых рассчитана  $m_{\text{ах}}$  на  $m_2$  т груза. Затраты на использование одного рейса вагона составляют  $K_1$  руб., а стоимость одного рейса грузовой машины –  $K_2$  руб. Доставка вагоном занимает  $T_{\text{д1}}$  дня, а доставка грузовыми машинами –  $T_{\text{д2}}$  дня. Стройка должна быть закончена не позднее, чем за  $T_{\text{мак}}$  день.

Определить: 1) размер заказа рельса; 2) каким видом транспорта выгоднее доставлять заказы; 3) с какой периодичностью подавать заказ; 4) при каком уровне запаса подавать заказ; 5) затраты на УЗ в течение всего периода строительства.

Построить график общих затрат на УЗ за весь период стройки и составляющих их компонент (на хранение, на доставку)

N варианта	D	d	p	s	$K_{\text{оф}}$	$m_1$	$m_2$	$K_1$	$K_2$	$T_{\text{д1}}$	$T_{\text{д2}}$	$T_{\text{мак}}$
1	700	5	110	1	2	40	4	40	5	2	1	15
2	800	6	100	2	3	50	5	30	6	3	2	16
3	900	7	120	1	2	60	6	50	7	2	1	17
4	1000	5	110	2	3	70	7	60	8	3	2	18
5	1100	6	100	1	2	80	4	20	9	2	1	19
6	1200	7	120	2	3	40	5	30	5	3	2	20
7	1300	5	110	1	2	50	6	40	6	2	1	21
8	1400	6	120	2	3	60	7	50	7	3	2	22
9	1500	7	100	1	2	70	4	60	8	2	1	23
10	1600	5	110	2	3	80	5	70	9	3	2	24

### Задача 2.

По данным варианта необходимо:

- 1) построить сетевую модель, рассчитать временные параметры событий (на рисунке) и работ (в таблице);
- 2) определить критические пути модели;
- 3) оптимизировать сетевую модель по критерию “минимум исполнителей” (указать какие работы надо сдвигать и на сколько дней, внесенные изменения показать на графиках привязки и загрузки пунктирной линией).

Название работы	Нормальная длительность	Количество Исполнителей	<b>Вариант 1 (N=11 человек)</b> 1. А,Е и F - исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работы В и I начинаются сразу по окончании работы F; 3. Работа J следует за Е, а работа С - за А; 4. Работы Н и D следуют за В, но не могут начаться, пока не завершена С; 5. Работа К следует за I; 6. Работа G начинается после завершения Н и J.
А	8	2	
В	6	2	
С	6	1	
D	8	4	
Е	3	1	
F	4	7	
G	7	2	
Н	7	2	
I	12	3	
J	9	5	
К	5	7	
Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 2 (N=11 человек)</b> 1. D - исходная работа проекта; 2. Работа Е следует за D; 3. Работы А, G и С следуют за Е; 4. Работа В следует за А; 5. Работа Н следует за G; 6. Работа F следует за С; 7. Работа I начинается после завершения В, Н, и F.
А	3	5	
В	4	7	
С	1	1	
D	4	3	
Е	5	2	
F	7	3	
G	6	6	
Н	5	1	
I	8	5	
Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 3 (N=10 человек)</b> 1. С, Е и F - исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работа А начинается сразу по окончании работы С; 3. Работа Н следует за F; 4. Работа I следует за А, а работы D и J - за Н; 5. Работа G следует за Е, но не может начаться, пока не завершены D и I; 6. Работа В следует за G и J.
А	5	4	
В	5	5	
С	4	4	
D	7	3	
Е	12	6	
F	3	4	
G	6	6	
Н	2	2	
I	8	1	
J	3	4	
Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 4 (N=10 человек)</b> 1. С, J и D - исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работа А следует за D, а работа I - за А; 3. Работа Н следует за I; 4. Работа F следует за Н, но не может начаться, пока не завершена С;
А	12	1	
В	8	4	
С	15	5	
D	9	2	
Е	14	3	
F	9	3	
G	15	5	
Н	10	5	

I	11	2	5. Работа G следует за I; 6. Работа E следует за J, а работа B - за E.
J	13	6	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 5 (N=11 человек)</b>  1. D - исходная работа проекта; 2. Работы C, E и F начинаются сразу по окончании работы D; 3. Работы A и J следуют за C, а работа G - за F; 4. Работа I следует за A, а работа B - за G; 5. Работа H начинается после завершения E, но не может начаться, пока не завершены I и B.
A	12	2	
B	6	10	
C	10	2	
D	7	5	
E	9	7	
F	8	6	
G	10	1	
H	10	7	
I	6	1	
J	5	4	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 6 (N=10 человек)</b>  1. F, C и B - исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работа E следует за F; 3. Работа A следует за B, а работа G - за A; 4. Работы D и J следуют за E; 5. Работа I следует за C, но не может начаться прежде, чем закончатся J и G; 6. Работа H следует за D.
A	9	1	
B	3	1	
C	12	7	
D	6	1	
E	8	2	
F	4	10	
G	7	3	
H	10	4	
I	7	2	
J	12	1	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 7 (N=13 человек)</b>  1. G - исходная работа проекта; 2. Работы A, I и D следуют за G и могут выполняться одновременно; 3. Работы C и J следуют за A, работа F - за I, а работа B - за D; 4. Работа E следует за C; 5. Работа H следует за B, но не может начаться, пока не завершена F.
A	7	3	
B	6	5	
C	8	6	
D	9	1	
E	10	6	
F	11	4	
G	5	7	
H	9	2	
I	12	2	
J	6	5	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<b>Вариант 8 (N=11 человек)</b>  1. C, D и E- исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работа A следует за C, а работа F начинается сразу по окончании работы
A	9	8	
B	10	3	
C	6	6	

D	5	4	A; 3. Работа G следует за F; 4. Работа B следует за D, а работы I и J следуют за B; 5. Работа H следует за I и E, но не может начаться, пока не завершена G.
E	16	5	
F	12	2	
G	14	1	
H	15	3	
I	11	5	
J	3	7	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 9 (N=10 человек)</b></p> <p>1. A, I и D - исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работа F следует за A, работа B - за I, а работа C - за D; 3. Работы J и G следуют за F; 4. Работа E следует за J; 5. Работа H начинается после завершения E, G, B и C.</p>
A	9	3	
B	15	2	
C	12	6	
D	5	2	
E	10	1	
F	6	9	
G	5	3	
H	11	4	
I	7	5	
J	8	1	

Название работы	Нормальная длительность	Количество исполнителей	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 0 (N=11)</b></p> <p>1. A, F и G- исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно; 2. Работы H и B начинаются сразу по окончании работы F; 3. Работа J следует за A, а работа I - за G; 4. Работа E следует за H; 5. Работы C и K следуют за B и I, но не могут начаться, пока не завершена J; 6. Работа D следует за E и C.</p>
A	3	5	
B	5	4	
C	6	9	
D	9	4	
E	7	2	
F	2	1	
G	6	2	
H	9	4	
I	4	1	
J	6	1	
K	7	5	

### Задача 3.

Найти решение игры, заданной платежной матрицей P, в чистых стратегиях.

1.

$$P = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

2.

$$P = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 7 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

3.

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

4.

$$P = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

5.

$$P = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

6.

$$P = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

7.

$$P = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

8.

$$P = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

9.

$$P = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 4 & 2 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

10.

$$P = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

### Задача 4.

Фирма, с учетом трех возможных вариантов поведения партнера (стратегий  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$ ) разработала две стратегии своей деятельности:  $A_1$  и  $A_2$ . Прибыль фирмы  $a_{ij}$  в ситуации, когда она выбирает свою стратегию  $A_i$ , а партнер – стратегию  $V_j$ , приведена в заданной платежной матрице. Показать, что эта матрица не имеет седловой точки и найти оптимальное решение задачи в смешанных стратегиях.

1.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

3.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

4.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

5.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

6.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

7.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

8.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

9.

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

10.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

### Задача 5.

Магазин может завезти в различных пропорциях товары трех типов в соответствии с возможными стратегиями  $A_1, A_2, A_3$ . Их реализация и прибыль магазина зависят от вида товара и состояния спроса.

Предполагается, что спрос может иметь четыре состояния:  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$ .

По заданной матрице, элементы которой  $a_{ij}$  характеризуют прибыль магазина в случае, если его администрация руководствуется стратегией  $A_i$ , а спрос принимает состояние  $P_j$ , проанализировать ситуацию и выбрать оптимальную стратегию:

а) на основе критерия Бейеса-Лапласа при заданном распределении вероятности состояний спроса  $P=(p_1, p_2, p_3, p_4)$ ;

б) на основе критерия Лапласа в предположении, что все состояния спроса равновероятны;

в) используя минимаксный критерий Вальда;

г) на базе критерия минимального риска Сэвиджа;

д) на основе критерия Гурвица при заданном значении  $\lambda$ .

1.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	0	6	2	3
$A_2$	4	5	3	4
$A_3$	6	1	-1	2

$P=(0,2;0,4;0,1;p_4)$   
 $\lambda=0,6$

2.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	8	4	5	6
$A_2$	-2	1	4	2
$A_3$	6	3	-1	7

$P=(0,1;0,3; p_3;0,2)$   
 $\lambda=0,7$

3.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	-2	1	-4	2
$A_2$	0	2	-3	-1
$A_3$	-2	-3	-5	3

$P=(0,2; p_2;0,1;0,3)$   
 $\lambda=0,5$

4.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	0	12	4	6
$A_2$	8	10	6	8
$A_3$	12	1	-1	2

$P=(p_1;0,6;0,1;0,2)$   
 $\lambda=0,7$

5.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	4	6	5	-4
$A_2$	10	7	9	15
$A_3$	2	4	6	-3

$P=(0,4; p_2;0,2;0,1)$   
 $\lambda=0,6$

6.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	2	3	4	4
$A_2$	6	4	5	7
$A_3$	9	2	0	1

$P=(0,6;0,1; p_3;0,2)$   
 $\lambda=0,5$

7.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	10	6	8	6
$A_2$	14	4	0	-2
$A_3$	20	-2	-8	4

$P=(0,1;0,2;0,4;p_4)$   
 $\lambda=0,6$

8.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	8	2	3	2
$A_2$	6	4	-1	-3
$A_3$	9	-2	-5	1

$P=(0,6;0,1; p_3;0,1)$   
 $\lambda=0,5$

9.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	-2	1	-4	2
$A_2$	-2	-3	-5	3
$A_3$	0	2	-3	-1

$P=(0,3;0,3;0,2;p_4)$   
 $\lambda=0,7$

10.	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$A_1$	5	3	4	3
$A_2$	7	2	0	-2
$A_3$	10	-1	-4	2

$P=(p_1;0,7;0,1;0,1)$   
 $\lambda=0,6$