

Титульный лист рабочей  
учебной программы



Форма  
Ф СО ПГУ 7.18.3/30

Министерство образования и науки Республики Казахстан  
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова  
Кафедра математики

## **РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины Дифференциальная геометрия и топология  
для студентов специальности 5В010900 - Математика

Павлодар

Лист утверждения к  
рабочей учебной программы  
дисциплины, разработанной на  
основании каталога элективных  
дисциплин специальности



Форма  
Ф СО ПГУ 7.18.3/34

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по УР

\_\_\_\_\_ Пфейфер Н.Э.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г

Составитель: \_\_\_\_\_ старший преподаватель Кудайбергенов М.К.

Кафедра математики

## **РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины Дифференциальная геометрия и топология  
для студентов специальности 5В010900 - Математика

Рабочая учебная программа разработана на основании рабочих учебных планов  
и каталога элективных дисциплин специальности, утвержденного \_\_\_\_\_

Рекомендована на заседании кафедры от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол №\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Исин М.Е. «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Одобрена учебно-методическим советом факультета физики, математики и  
информационных технологий «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол №\_\_\_\_\_

Председатель УМС \_\_\_\_\_ Искакова А.Б. «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Декан факультета ФМиИТ \_\_\_\_\_ Испулов Н.А. «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ОДОБРЕНО:**

Начальник УМО \_\_\_\_\_ Варакута А.А. «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Одобрена учебно-методическим советом университета  
«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол №\_\_\_\_\_

**1 Цель дисциплины** - опираясь на методы и наглядные образы классической дифференциальной геометрии, ввести студентов в область основных понятий и идей современной дифференциальной геометрии. Программа включает в себя как теорию кривых и поверхностей в евклидовом пространстве, так и основные понятия топологии.

### **Задачи дисциплины**

- полное раскрытие основных понятий дисциплины и осмысленное усвоение их студентами;

- развитие у студентов образного мышления и геометрической интуиции.

В результате изучения данной дисциплины студенты должны:

#### **знать:**

– современный подход к определению основных понятий теории кривых и поверхностей;

– основные теоремы и формулы дифференциальной геометрии;

– определения основных понятий и теоремы начальных разделов топологии.

#### **уметь:**

– применять основные теоремы и формулы классической дифференциальной геометрии в решении задач;

– овладеть методами дифференциальной геометрии;

#### **приобрести практические навыки:**

с дифференциально-геометрическими объектами и иметь представление о их применении в геометрии и теории интегрирования.

### **2 Пререквизиты**

Для освоения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки приобретенные при изучении следующих дисциплин:

– Математический анализ;

– Аналитическая геометрия;

– Некоторые разделы линейной алгебры (в частности, полилинейные функции и тензоры).

### **3 Постреквизиты**

Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины необходимы для освоения следующих дисциплин:

- риманова геометрия;

- теория относительности.

## 4 Содержание дисциплины

### 4.1 Тематический план дисциплины для студентов очной формы обучения

№ п/п	Наименование тем	Количество контактных часов по видам занятий		
		лекции	практические (сем)	СРС
1	Теория кривых	12	6	36
2	Теория поверхностей	14	7	42
3	Элементы топологии	4	2	12
ИТОГО :		30	15	90

### Тематический план дисциплины для студентов заочной формы обучения на базе среднего профессионального обучения

№ п/п	Наименование тем	Количество контактных часов по видам занятий		
		лекции	практические (сем)	СРС
1	Теория кривых	5	3	40
2	Теория поверхностей	5	3	40
3	Элементы топологии	2		37
ИТОГО :		12	6	117

### 4.2 Содержание тем дисциплины

**Тема 1. Теория кривых** Векторные функции. Определение кривой в дифференциальной геометрии. Способы задания. Особые точки кривой. Длина дуги и натуральная параметризация. Касательная прямая, соприкасающаяся плоскость и нормали кривой. Сопровождающий трехгранник кривой, кривизна и кручение, формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Кривые с общими натуральными уравнениями. Основная теорема теории кривых.

**Тема 2. Теория поверхностей** Определение поверхности в дифференциальной геометрии. Способы задания. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

Первая квадратичная форма и длина кривой, угол между кривыми, площадь области на поверхности. Понятие о внутренней геометрии и изгибании поверхности.

Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна в заданном на поверхности направлении. Теорема Мёнье. Индикатриса Дюпена. Формула Родрига. Главные кривизны и главные направления. Формула Эйлера.

Гауссова и средняя кривизна. Соприкасающийся параболоид и типы точек регулярной поверхности. Сферическое отображение поверхности и гауссова кривизна.

Линии кривизны. Асимптотические линии. Элементы теории сетей на поверхностях. Чебышевские сети.

Деривационные формулы поверхности. Формула Гаусса и теорема о принадлежности полной кривизны внутренней геометрии поверхности. Уравнения Петерсона-Кодации. Теорема о существовании поверхности с заданными квадратичными формами (теорема Бонне).

Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии, их экстремальное свойство и механическая интерпретация.

Ковариантный дифференциал и параллельный перенос вектора вдоль кривой на поверхности.

Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Метрика евклидова пространства в криволинейных координатах. Метрика псевдоевклидова пространства (пространства Минковского). Движения в пространстве Минковского. Риманова метрика на поверхности. Метрика плоскости Лобачевского. Модель Клейна плоскости Лобачевского.

**Тема 3. Элементы топологии** Топологическое пространство. Топология метрического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм. Замкнутые множества. База топологии. Связность и линейная связность. Хаусдорфовы топологические пространства.

Компактные топологические пространства.

#### 4.3 Перечень и содержание практических занятий

**Тема 1. Теория кривых** Различные способы задания кривых. Касательные, нормальные и соприкасающиеся плоскости. Длина дуги. Формулы Френе. Кривизна и кручение. Натуральные уравнения кривой.

**Тема 2. Теория поверхностей** Различные способы задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма, длина кривой, угол между кривыми и площадь области на поверхности. Вторая квадратичная форма. Главные кривизны и главные направления. Полная и средняя кривизна. Геодезические линии.

**Тема 3. Элементы топологии** Топологическая структура на множестве. Индуцированная топология. Непрерывные и гомеоморфные отображения. Компактность.

#### 4.4 Содержание самостоятельной работы студента \

##### 4.4.1 Перечень видов СРС для студентов очной формы обучения

№ п/п	Вид СРС	Форма контроля	Объем в часах
1	Проработка лекций. Изучение дополнительного материала по темам	устный опрос, рубежный контроль	15
2	Подготовка к практическим работам	контрольные вопросы, решение задач по пройденной теме	30
3	Подготовка к СРОП	Самостоятельно е решение задач, рубежный контроль	15
4	Выполнение домашних заданий	Проверка выполнения, решение задач, рубежный контроль	20
5	Подготовка к контрольным работам, участие в контрольных мероприятиях	рубежный контроль, экзамен	10
Итого			90

##### 4.4.1 Перечень видов СРС для студентов заочной формы обучения

№ п/п	Вид СРС	Форма контроля	Объем в часах
1	Проработка лекций. Изучение дополнительного материала по темам	устный опрос, рубежный контроль	40
2	Подготовка к практическим работам	контрольные вопросы, решение задач по пройденной теме	40
3	Подготовка к СРОП	Самостоятельно е решение задач, рубежный контроль	25
4	Подготовка к контрольным работам, участие в контрольных мероприятиях	рубежный контроль, экзамен	12
Итого			117

#### 4.4.2 Перечень тем, вынесенных на самостоятельное изучение студентами

**Тема 1.** Сферическое отображение поверхности и гауссова кривизна.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3].

**Тема 2.** Метрика евклидова пространства в криволинейных координатах. Метрика псевдоевклидова пространства (пространства Минковского). Движения в пространстве Минковского. Риманова метрика на поверхности. Метрика плоскости Лобачевского. Модель Клейна плоскости Лобачевского.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3].

**Тема 3.** Двумерные римановы пространства. Поверхности в евклидовом пространстве как двумерные римановы многообразия. Полная кривизна поверхности и тензор Римана.

Рекомендуемая литература: [4], [5].

**Тема 4.** Общая теорема Стокса. Частные случаи общей формулы Стокса.

Рекомендуемая литература: [5], [6].

## 5 Список литературы

### Основная:

1. Краснов М.Л. Вся высшая математика.-М.:УРСС.Т.2.-2004.-187с.
2. Дифференциальная геометрия. Под ред.А.С.Феденко.-Мн.:Изд-во БГУ им.В.И Ленина.-1982.-256с.
3. Белько И.В. Сборник задач по дифференциальной геометрии.-М.:Наука.-1979.-272с.
4. Щербаков Р.Н. Краткий курс дифференциальной геометрии.-Томск:ТГУ.-1974.-248с.

### Дополнительная:

5. Вернер А.Л. Элементы топологии и дифференциальной геометрии.-М.:Просвещение.-1985.-113с.
6. Бакельман И.Я. Введение в дифференциальную геометрию «в целом».-М.:Наука.-1973.-440с.
7. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых. М.: Наука, 1987.
8. Картан Э. Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенные методом подвижного репера.-М.:Моск.ун-т.-1987.-159с.



## Выписка из рабочего учебного плана специальности

5B010900- Математика

**Наименование дисциплины** Дифференциальная геометрия и топология

Форма обучения	Трудоемкость дисциплины				Формы контроля по семестрам				Се мес тр	Объем работы студентов по семестрам						
	кре дит ов	академическ их часов								кре дит ов	аудиторных занятий (ак. часов)			СРС (ак. часов)		
		все го	ауд	СР С	экз.	зач.	КП	КР			всег о	лек	пр.	лаб	всег о	СРС
очная на базе ОСО	3	135	45	90	5				5	3	45	30	15		90	45
Заоч ная на базе ВПО	3	135	18	117	3				2			12			117	
									3	3			6			18

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Исин М.Е. «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.